УДК 539.124

# РЕВИЗИЯ КУМУЛЯТИВНЫХ СПЕКТРОВ БЕТА-ЧАСТИЦ ПРОДУКТОВ ДЕЛЕНИЯ ИЗОТОПОВ $^{235}$ U, $^{239}$ Pu И $^{238}$ U ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЙ ОТНОШЕНИЯ СПЕКТРОВ $^{235}$ U/ $^{239}$ Pu

© 2025 г. В. И. Копейкин<sup>1)</sup>, Д. В. Попов<sup>1),2),\*</sup>

Поступила в редакцию 04.10.2024 г.; после доработки 04.10.2024 г.; принята к публикации 15.10.2024 г.

На базе новых измерений отношения кумулятивных спектров β-частиц  $^{235}$ U/ $^{239}$ Pu, выполненных в НИЦ "Курчатовский институт" (КИ), проведены ревизия и уточнение кумулятивных спектров β-частиц продуктов деления  $^{235}$ U,  $^{239}$ Pu и  $^{238}$ U. Представленные спектры β-частиц  $^{235}$ U и  $^{239}$ Pu КИ сопоставлены с аналогичными спектрами группы ILL, а спектр β-частиц  $^{238}$ U КИ — с данными измерений Технического университета Мюнхена (TUM). Подтверждено, что отношение спектров β-частиц  $^{235}$ U/ $^{239}$ Pu группы ILL ошибочно завышено на  $\approx 5.4\%$ .

**Ключевые слова:** кумулятивные спектры,  $\beta$ -частицы,  ${}^{235}$ U,  ${}^{239}$ Pu,  ${}^{238}$ U

DOI: 10.31857/S0044002725010016, EDN: GSZDYI

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Точное знание спектра реакторных  $\bar{\nu}_e$  является необходимым условием правильной интерпретации результатов нейтринных экспериментов на ядерных реакторах. В области энергий, превышающих порог процесса обратного  $\beta$ -распада ОБР ( $E_{\rm thr}=1.8~{
m M}{
m 3B}$ )

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+,$$
 (1)

служащего основным инструментом в нейтринных реакторных экспериментах, спектр  $\bar{\mathbf{v}}_e$  наиболее распространенных ядерных реакторов ВВЭР (PWR) формируется от  $\beta$ -распадов продуктов деления изотопов топлива  $^{235}$ U,  $^{239}$ Pu,  $^{238}$ U и  $^{241}$ Pu. При этом вклад в полное число делений и энерговыделение в активной зоне первых трех ядер  $^{235}$ U,  $^{239}$ Pu,  $^{238}$ U составляет 95%. Наиболее точно кумулятивные спектры  $\bar{\mathbf{v}}_e$  делящихся изотопов реконструируются методом конверсии соответствующих экспериментальных спектров  $\beta$ -частиц.

Тщательное моделирование спектров  $\bar{v}_e$  продуктов деления  $^{235}$ U,  $^{239}$ Pu и  $^{241}$ Pu было проведено в 2011 г. [1,2] (Huber-Mueller, HM-модель) по данным уникальных измерений кумулятивных спектров  $\beta$ -частиц этих изотопов, выполненных в 1980-ых гг. на пучке тепловых нейтронов группой института Лауэ—Ланжевена (ILL) [3—7].

Спектр  $\bar{\nu}_e$  <sup>238</sup>U HM-модели был получен с помощью расчета [2]. Из-за трудностей измерения кумулятивного спектра  $\beta$ -частиц продуктов деления <sup>238</sup>U на пучке быстрых нейтронов эксперимент был выполнен лишь в 2013 г. для части диапазона спектра  $\beta$ -частиц, и по нему востановлен соответствующий участок  $\bar{\nu}_e$ -спектра <sup>238</sup>U [8]. Особенность этого опыта состоит также в том, что абсолютная калибровка спектра  $\beta$ -частиц <sup>238</sup>U опирается на данные калибровки спектра  $\beta$ -частиц <sup>235</sup>U группы ILL.

Оказалось [9], что измеренный выход реакции ОБР (1) меньше ожидаемого по НМ-модели на  $\approx 5.7\%$ . Эта аномалия ("Reactor Antineutrino Anomaly") спустя десятилетие получила объяснение после первых измерений на исследовательском реакторе ИР-8 НИЦ "Курчатовский институт" (КИ) отношения кумулятивных спектров  $\beta$ -частиц  $^{235}$ U/ $^{239}$ Pu [10], проведения на этой базе анализа и нахождения новых конверсионных спектров  $\bar{\nu}_e$   $^{235}$ U и  $^{238}$ U [11]. В настоящей статье приведены обновленные данные отношения кумулятивных спектров  $\beta$ -частиц  $^{235}$ U/ $^{239}$ Pu, и на их основе получены кумулятивные спектры  $\beta$ -частиц и  $\bar{\nu}_e$  для  $^{235}$ U,  $^{239}$ Pu и  $^{238}$ U.

## 2. ИЗМЕРЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ КУМУЛЯТИВНЫХ СПЕКТРОВ $^{235}$ U/ $^{239}$ Pu

Суть проводимого в КИ эксперимента подробно описана в работе [10] и заключается в следующем. Мишени урана и плутония размером  $2 \times 3 \text{ cm}^2$  и толщиной 39 мг/см $^2$  в тонких защит-

<sup>1)</sup> НИЦ "Курчатовский институт", Москва, Россия.

<sup>2)</sup> НИЯУ МИФИ, Москва, Россия.

<sup>\*</sup> E-mail: Popov DV@nrcki.ru

ных оболочках прикреплены вдоль обода вращающегося (10 об/с) диска (диаметр 60 см) из дюралюминия. Мишени занимают по 1/3 окружности диска. На оставшейся трети размещаются пустые оболочки мишеней для измерения фона. С одной стороны от центра диска проводится облучение пучком тепловых нейтронов мишеней урана и плутония и пустых оболочек. С противоположной стороны с помощью низкофонового β-спектрометра осуществляется регистрация β-частиц от мишеней и регистрация фона. Связь скорости счета регистрируемых спектрометром  $\beta$ -частиц  $n_{\beta}$  [1/c] и числом  $\beta$ -частиц, испускаемых в расчете на один акт деления  $\rho_{\rm B}$  [1/дел], для мишеней  $^{235}$ U или  $^{239}$ Pu в интервале энергий  $E, E + \Delta E$ , можно описать одним выражением

$$n_{\beta}^{5,9} = \varepsilon \, \sigma^{5,9} F N^{5,9} \, \rho_{\beta}^{5,9},$$
 (2)

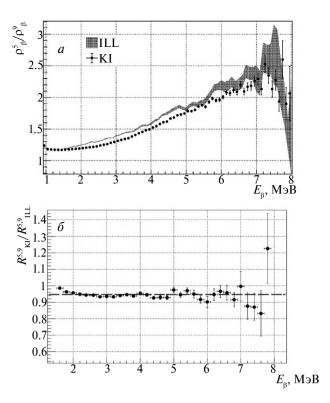
где  $n_{\beta}^{5,9}$  обозначает скорость счета регистрируемых  $\beta$ -частиц от  $^{235}$ U или  $^{239}$ Pu,  $\epsilon$  — эффективность регистрации  $\beta$ -частиц, а произведение  $\sigma^{5,9}FN^{5,9}$  [1/c] выражает число делений в секунду, где  $\sigma$  — сечение деления ядер нейтронами, F — плотность потока нейтронов, N — число ядер в мишенях. Особенностью эксперимента [10] является то, что работа в своей основной части сводится к относительным измерениям. Это позволяет измерить отношение спектров  $\rho_{\beta}^{5}/\rho_{\beta}^{9}$  с высокой точностью, поскольку, как видно из записи (2), не возникает проблем с абсолютной нормализацией этого отношения.

Обновленные данные отношения спектров  $\beta$ -частиц  $R^{5,9} = \rho_{\beta}^5/\rho_{\beta}^9$  КИ в сравнении с аналогичными данными ILL представлены на рис. 1. В целом они подтверждают наш результат, полученный ранее [11], — кривая ILL лежит выше кривой КИ на  $\approx 5.4\%$ . В жесткой области спектра (вблизи  $\approx 8$  МэВ) различия заметны, лежат в пределах ошибок измерений и, вероятно, связаны с недостатком статистики.

## 3. КУМУЛЯТИВНЫЕ СПЕКТРЫ β-ЧАСТИЦ <sup>235</sup>U, <sup>238</sup>U И <sup>239</sup>Pu

Для нахождения кумулятивных спектров β-частиц делящихся изотопов и интерпретации полученного результата была использована следующая информация:

1. Измерения формы спектра  $\beta$ -частиц  $^{235}$ U, проведенные группой ILL в серии экспериментов [3–5], хорошо совпадают в пределах статистической ошибки  $\approx 1\%$  в основной части спектра [7]. При этом специфи-



**Рис. 1.** Отношение кумулятивных спектров  $\beta$ -частиц  $^{235}$ U/ $^{239}$ Pu, измеренных группой КИ (НИЦ "Курчатовский институт") и группой ILL (институт Лауэ—Ланжевена). a — отношение спектров  $\beta$ -частиц КИ и ILL, b — сопоставление отношения спектров КИ настоящей работы и отношения спектров ILL (штриховая линия соответствует среднему значению 0.946).

ка завершающего измерения ILL спектра  $\beta$ -частиц  $^{235}$ U [5] состояла в том, что калибровка спектра велась при стандартной мощности реактора (W=57 MBT), а форма спектра для уменьшения фона измерялась при пониженной мощности (W=4 MBT) и с существенно более толстой мишенью  $^{235}$ U. В этой же работе [5] при нормализации спектра ( $\rho_{\beta}^{5}$ )<sub>ILL</sub> было учтено отклонение сечения деления  $^{235}$ U от закона 1/v, что в работе [3] было проигнорировано. Это привело к коррекции ранее опубликованного [3] спектра ( $\rho_{\beta}^{5}$ )<sub>ILL</sub> на  $\approx 3\%$ , что, тем не менее, полностью не объясняет различие нормировок спектров [3] и [5], составившее  $\approx 6\%$ .

2. В недавно вышедших работах [12, 13] было отмечено, что при нормализации спектра  $(\rho_{\beta}^{5})_{ILL}$  в работах [3, 5] группа ILL использовала завышенное на  $\approx 10\%$  сечение реакции  $^{207}$  Pb $(n_{\rm th},\gamma)^{208}$  Pb. При этом в публикации [4] спектра  $(\rho_{\beta}^{9})_{ILL}$  калибровка с  $^{207}$  Pb не упомянута. Используемые группой ILL дан-

ные по другим калибровочным источникам согласуются с современными значениями в пределах ошибок [12].

- 3. В работе [13] с использованием экспериментальных данных по тепловыделению делящихся изотопов и современных ядерных баз данных также отмечена возможная ошибка при нормализации спектра  $(\rho_{\rm R}^5)_{\rm ILL}$ .
- 4. В эксперименте Daya Bay после многолетнего набора статистики получены выходы  $\sigma_f^i$  [см² дел $^{-1}$ ] реакции ОБР (1), взвешенные по спектрам антинейтрино  $\rho_v^i$  [МэВ $^{-1}$  дел $^{-1}$ ] продуктов деления изотопов  $^{235}$ U и  $^{239}$ Pu [14, 15]:

$$\sigma_f^i = \int \rho_v^i(E_v) \, \sigma_{\text{OBP}}(E_v) \, dE_v, \tag{3}$$

где  $\sigma_{\text{ОБР}}(E_{\nu})$  [cм²] — сечение реакции (1) для моноэнергетических  $\bar{\nu}_e$ . Оказалось, что измеренный выход  $\sigma_f^5$  существенно меньше предсказанного НМ-моделью, а величины измеренного и ожидаемого выходов  $\sigma_f^9$  совпадают. Подобный результат получен также коллаборацией RENO [16].

- 5. В работе [17] расчетом выявлена корреляционная зависимость между кумулятивными спектрами  $\beta$ -частиц  $\rho^i_{\beta}$  и антинейтрино  $\rho^i_{\nu}$  делящихся в реакторе изотопов урана и плутония, где индексы i=5,9,8,1 относятся соответственно к изотопам  $^{235}$ U,  $^{239}$ Pu,  $^{238}$ U и  $^{241}$ Pu, см. также работы [5,18].
- 6. При исследовании в расчетах [19] метода конверсии была установлена прямая сильная корреляция между отношениями спектров  $\beta$ -частиц  $\rho_{\beta}^{5}/\rho_{\beta}^{9}$  и антинейтрино  $\rho_{\nu}^{5}/\rho_{\nu}^{9}$  и, как следствие этого, отношением выходов  $\sigma_{f}^{5}/\sigma_{f}^{9}$ . Это было подтверждено в работе [10] при рассмотрении различных конверсионных моделей спектров реакторных антинейтрино.
- 7. Расчетом установлено, что отношения спектров  $\rho_{\beta}^5/\rho_{\beta}^9$  и  $\rho_{\nu}^5/\rho_{\nu}^9$ , представленные в полных энергиях частиц, в пределах ошибки  $\pm 1.5\%$  совпадают; то же относится к  $\rho_{\beta}^5/\rho_{\beta}^1$  и  $\rho_{\nu}^5/\rho_{\nu}^1$  и т.п. [10, 20–23].

Учитывая представленную информацию, в частности, в пунктах 1-4, следует признать, что кривая  $(\rho_{\beta}^5)_{\rm ILL}$  ошибочно завышена на  $\approx 5.4\%$  (см. рис. 1). Так как спектр  $\bar{\rm v}_e$   $^{235}$ U получен путем конверсии спектра  $\beta$ -частиц, то он также должен быть изменен на эту величину (см. пункты 5-7). Это же относится и к спектрам  $\beta$ -частиц и  $\bar{\rm v}_e$ 

 $^{238}$ U (TUM), нормировка которых основана на нормировке спектра  $\beta$ -частиц  $^{235}$ U.

Условия измерений отношения кумулятивных спектров  $\beta$ -частиц  $^{235}$  U/ $^{239}$  Pu в проводимом нами эксперименте таковы, что позволяют определить величину  $R^{5,9} = \rho_{\beta}^5/\rho_{\beta}^9$  с прецизионной точностью [10]. Надежность и тщательность измерений формы спектра  $\beta$ -частиц  $^{235}$  U группой ILL также не вызывает сомнений (см. пункт 1). По этим данным легко уточнить спектр  $\beta$ -частиц  $^{239}$  Pu:

$$(\rho_{\beta}^{9})_{KI} = \frac{(\rho_{\beta}^{5})_{KI}}{R_{KI}^{5,9}} = \frac{(\rho_{\beta}^{5})_{ILL}/1.054}{R_{KI}^{5,9}}.$$
 (4)

В Приложении представлены скорректированные данные по спектрам  $\beta$ -частиц изотопов <sup>235</sup> U, <sup>239</sup> Pu, <sup>238</sup> U в расширенном диапазоне энергий 1.75—8.50 МэВ.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 22-12-00219).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. P. Huber, Phys. Rev. C 84, 024617 (2011).
- 2. Th. A. Mueller, D. Lhuillier, M. Fallot, A. Letourneau, S. Cormon, M. Fechner, L. Giot, T. Lasserre, J. Martino, G. Mention, A. Porta, and F. Yermia, Phys. Rev. C 83, 054615 (2011).
- K. Schreckenbach, H. R. Faust, F. Feilitzsch, A. A. Hahn, K. Hawerkamp, and J. L. Vuilleumier, Phys. Lett. B 99, 251 (1981).
- 4. F. Feilitzsch, A. A. Hahn, and K. Schreckenbach, Phys. Lett. B 118, 162 (1982).
- K. Schreckenbach, G. Colvin, W. Gelletly, and F. Von Feilitzsch, Phys. Lett. B 160, 325 (1985).
- 6. A. Hahn, K. Schreckenbach, W. Gelletly, F. von Feilitzsch, G. Colvin, and B. Krusche, Phys. Lett. B **218**, 365 (1989).
- N. Haag, F. von Feilitzsch, L. Oberauer, W. Potzel, K. Schreckenbach, and A. A. Sonzogni, arXiv: 1405.3501 [nucl-ex].
- 8. N. Haag, A. Gutlein, M. Hofmann, L. Oberauer, W. Potzel, K. Schreckenbach, and F. M. Wagner, Phys. Rev. Lett. **112**, 122501 (2014); arXiv: 1312.5601 [nucl-ex].
- 9. G. Mention, M. Fechner, Th. Lasserre, Th. A. Mueller, D. Lhuillier, M. Cribier, and A. Letourneau, Phys. Rev. D 83, 073006 (2011).
- В. И. Копейкин, Ю. Н. Панин, А. А. Сабельников, ЯФ 84, 3 (2021) [Phys. At. Nucl. 84, 1 (2021)].
- 11. V. Kopeikin, M. Skorokhvatov, and O. Titov, Phys. Rev. D **104**, L071301 (2021).
- 12. A. Onillon and A. Letourneau, in *Proceedings of the Applied Antineutrino Physics 2018* (2019); arXiv: 1911.06834 [hep-ex].

- 13. A. A. Sonzogni, R. J. Lorek, A. Mattera, and E. A. McCutchan, Phys. Rev. C **108**, 024617 (2023).
- 14. F. P. An *et al.* (Daya Bay Collab.), Phys. Rev. Lett. **118**, 251801 (2017); arXiv: 1704.01082 [hep-ex].
- 15. D. E. Jaffe *et al.* (Daya Bay Collab.), arXiv: 2106.07700 [hep-ex].
- 16. G. Bak *et al.* (RENO Collab.), Phys. Rev. Lett. **122**, 232501 (2019); arXiv: 1806.00574v4 [hep-ex].
- 17. А. А. Боровой, В. И. Копейкин, Л. А. Микаэлян, С. В. Толоконников, ЯФ **36**, 400 (1982).
- А. И. Афонин, С. Н. Кетов, В. И. Копейкин, Л. А. Микаэлян, М. Д. Скорохватов, С. В. Толоконников, ЖЭТФ 94, 1 (1988).
- 19. A. C. Hayes, G. Jungman, E. A. McCutchan, A. Sonzogni, G. Garvey, and X. Wang, Phys. Rev. Lett. **120**, 022503 (2018); arXiv: 1707.07728 [nucl-th].
- 20. P. Vogel, G. K. Schenter, F. M. Mann, and R. E. Schenter, Phys. Rev. C **24**, 1543 (1981).
- 21. H. V. Klapdor and J. Metzinger, Phys. Lett. B **112**, 22 (1982).
- 22. В. Г. Алексанкин, С. В. Родичев, П. М. Рубцов и др., *Бета- и антинейтринное излучение радиоактивных ядер* (Энергоатомиздат, Москва, 1989).
- 23. В. И. Копейкин, ЯФ **75**, 165 (2012) [Phys. At. Nucl. **75**, 143 (2012)].

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Кумулятивные спектры  $\beta$ -частиц  $\rho_{\beta}$  [МэВ $^{-1}$  дел $^{-1}$ ] продуктов деления  $^{235}$ U,  $^{239}$ Pu и  $^{238}$ U КИ. Приведены только статистические (CL = 68%) ошибки

$E_{\beta}$ , МэВ	$ ho_{eta}^{5}$	$\delta_{eta}^5,\%$	$ ho_{eta}^{9}$	$\delta^9_eta,\%$	$ ho_{eta}^{8}$	$\delta_{eta}^{8},\%$
1.75	1.08	0.2	$9.07 \times 10^{-1}$	0.2	1.37	≈3
2.00	$8.84 \times 10^{-1}$	0.2	$7.39 \times 10^{-1}$	0.2	1.21	≈3
2.25	$7.32 \times 10^{-1}$	0.2	$6.03 \times 10^{-1}$	0.3	1.05	≈3
2.50	$6.01 \times 10^{-1}$	0.2	$4.88 \times 10^{-1}$	0.3	$8.88 \times 10^{-1}$	3.2
2.75	$4.95 \times 10^{-1}$	0.2	$3.92 \times 10^{-1}$	0.3	$7.15 \times 10^{-1}$	3.0
3.00	$4.02 \times 10^{-1}$	0.2	$3.08 \times 10^{-1}$	0.3	$5.88 \times 10^{-1}$	2.4
3.25	$3.21 \times 10^{-1}$	0.2	$2.39 \times 10^{-1}$	0.3	$4.79 \times 10^{-1}$	2.3
3.50	$2.54 \times 10^{-1}$	0.3	$1.82 \times 10^{-1}$	0.4	$3.86 \times 10^{-1}$	2.4
3.75	$2.01 \times 10^{-1}$	0.3	$1.38 \times 10^{-1}$	0.4	$3.07 \times 10^{-1}$	2.4
4.00	$1.55 \times 10^{-1}$	0.3	$1.03 \times 10^{-1}$	0.5	$2.42 \times 10^{-1}$	2.7
4.25	$1.19 \times 10^{-1}$	0.3	$7.51 \times 10^{-2}$	0.5	$1.88 \times 10^{-1}$	2.9
4.50	$9.19 \times 10^{-2}$	0.3	$5.60 \times 10^{-2}$	0.6	$1.43 \times 10^{-1}$	3.5
4.75	$7.19 \times 10^{-2}$	0.4	$4.19 \times 10^{-2}$	0.7	$1.12 \times 10^{-1}$	3.9
5.00	$5.44 \times 10^{-2}$	0.4	$3.09 \times 10^{-2}$	0.7	$8.74 \times 10^{-2}$	4.5
5.25	$4.12 \times 10^{-2}$	0.4	$2.28 \times 10^{-2}$	0.9	$6.27 \times 10^{-2}$	5.5
5.50	$3.15 \times 10^{-2}$	0.4	$1.69 \times 10^{-2}$	1.0	$4.57 \times 10^{-2}$	6.8
5.75	$2.34 \times 10^{-2}$	0.5	$1.18 \times 10^{-2}$	1.2	$3.27 \times 10^{-2}$	9.7
6.00	$1.72 \times 10^{-2}$	0.5	$8.71 \times 10^{-3}$	1.5	$2.58 \times 10^{-2}$	12
6.25	$1.25 \times 10^{-2}$	0.6	$6.06 \times 10^{-3}$	1.9	$2.44 \times 10^{-2}$	12
6.50	$8.79 \times 10^{-3}$	0.6	$4.11 \times 10^{-3}$	2.3	$1.78 \times 10^{-2}$	13
6.75	$5.85 \times 10^{-3}$	0.6	$2.70 \times 10^{-3}$	2.9	$9.36 \times 10^{-3}$	19
7.00	$3.64 \times 10^{-3}$	0.8	$1.60 \times 10^{-3}$	3.9	$5.10 \times 10^{-3}$	28
7.25	$2.23 \times 10^{-3}$	1.0	$8.83 \times 10^{-4}$	5.3	$3.78 \times 10^{-3}$	
7.50	$1.24 \times 10^{-3}$	1.3	$5.61 \times 10^{-4}$	6.6	$2.45 \times 10^{-3}$	
7.75	$5.80 \times 10^{-4}$	2.1	$2.25 \times 10^{-4}$	12	$1.44 \times 10^{-3}$	
8.00	$2.28 \times 10^{-4}$	3.9	$1.26 \times 10^{-4}$	26	$6.93 \times 10^{-4}$	
8.25	$1.19 \times 10^{-4}$	6.4	$6.3 \times 10^{-5}$	66	$4.80 \times 10^{-4}$	
8.50	$5.34 \times 10^{-5}$	12	$2.7 \times 10^{-5}$	78	$3.00 \times 10^{-4}$	

# THE REVISION OF CUMULATIVE SPECTRA OF BETA PARTICLES FROM $^{235}$ U, $^{239}$ Pu AND $^{238}$ U FISSION PRODUCTS BASED ON THE UPDATED MEASUREMENTS OF THE RATIO OF SPECTRA $^{235}$ U/ $^{239}$ Pu

© 2025 V. I. Kopeikin<sup>1)</sup>, D. V. Popov<sup>1),2)</sup>

<sup>1)</sup>NRC "Kurchatov Institute", Moscow, Russia
<sup>2)</sup>NRNU MEPhI, Moscow, Russia

Based on new measurements of the ratio of cumulative spectra of  $\beta$ -particles  $^{235}U/^{239}Pu$ , performed at the Kurchatov Institute (KI), the cumulative spectra of  $\beta$ -particles fission products of  $^{235}U$ ,  $^{239}Pu$  and  $^{238}U$  isotopes have been updated. The presented  $\beta$ -particles spectra  $^{235}U$ ,  $^{239}Pu$  and  $^{238}U$  KI are compared with similar spectra measured at the Institute Laue—Langevin (ILL), and the spectrum of  $\beta$ -particles  $^{238}U$  KI — with the measurements performed at the Technical University of Munich (TUM). It is shown that the ILL ratio of  $\beta$ -particles spectra  $^{235}U/^{239}Pu$  is mistakenly overestimated by  $\approx 5.4\%$ .