

ИЗМЕРЕНИЕ СЕЧЕНИЯ ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$ В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИИ ДО 2 ГэВ

© 2025 г. М. Н. Ачаков^{1,2)}, А. Ю. Барняков^{1,2)}, К. И. Белобородов^{1,2)},
 А. В. Бердюгин^{1,2)}, Д. Е. Беркаев¹⁾, А. Г. Богданчиков¹⁾, А. А. Ботов^{1,*},
 В. С. Денисов¹⁾, Т. В. Димова^{1,2)}, В. П. Дружинин^{1,2)}, В. Н. Жабин¹⁾,
 В. В. Жуланов^{1,2)}, И. М. Землянский^{1,2)}, Л. В. Кардапольцев^{1,2)}, А. А. Катцин¹⁾,
 А. Н. Кирпотин¹⁾, Д. П. Коврижин¹⁾, И. А. Кооп^{1,2)}, А. А. Король^{1,2)}, А. С. Купич^{1,2)},
 А. П. Крюков¹⁾, А. П. Лысенко¹⁾, Н. А. Мельникова¹⁾, Н. Ю. Мучной^{1,2)},
 А. Е. Образовский¹⁾, Е. В. Пахтусова¹⁾, Е. А. Переведенцев^{1,2)}, К. В. Пугачев^{1,2)},
 Ю. А. Роговский^{1,2)}, С. И. Середняков^{1,2)}, З. К. Силагадзе^{1,2)}, И. К. Сурин¹⁾,
 М. В. Тимошенко¹⁾, Ю. В. Усов¹⁾, Л. Б. Фомин¹⁾, А. Г. Харламов^{1,2)},
 Ю. М. Шатунов¹⁾, Д. А. Штолль¹⁾, Э. А. Эминов¹⁾

Поступила в редакцию 21.08.2024 г.; после доработки 24.10.2024 г.; принята к публикации 07.11.2024 г.

В эксперименте с детектором СНД на e^+e^- -коллайдере ВЭПП-2000 измерено сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$ в области энергии в системе центра масс от 1.55 до 2 ГэВ. В анализе использованы данные с интегральной светимостью 146 pb^{-1} . Сечение описывается моделью векторной доминантности с двумя резонансами $\rho(1700)$ и $\rho(2150)$.

Ключевые слова: детектор СНД, e^+e^- -коллайдер, ВЭПП-2000, резонансы $\rho(1700)$ и $\rho(2150)$

DOI: 10.31857/S0044002725010073, **EDN:** GSGCGT

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных целей экспериментов на e^+e^- -коллайдере ВЭПП-2000 [1] является измерение полного сечения e^+e^- -аннигиляции в адроны. Величина сечения используется, в частности, для определения вклада адронной поляризации вакуума в аномальный магнитный момент мюона и для вычисления величины бегущей константы электромагнитного взаимодействия. Ниже энергии 2 ГэВ полное адронное сечение определяется как сумма эксклюзивных сечений для всех возможных конечных состояний. В настоящее время большинство таких сечений измерено. Но остаются процессы, особенно вблизи 2 ГэВ, сечения которых измерены с малой точностью либо не измерены вовсе. К их числу относится ряд процессов с рождением η -мезона, например, $\pi^+\pi^-2\pi^0\eta$ и $K^+K^-\pi^0\eta$.

В данной работе в эксперименте с детектором СНД [2–5] на коллайдере ВЭПП-2000 измеряется сечение процесса

$$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta \quad (1)$$

в области энергии в системе центра масс E ниже 2 ГэВ. Ранее это сечение было измерено в эксперименте BABAR [6] методом радиационного возврата.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

В данной работе анализировались экспериментальные данные с интегральной светимостью 146 pb^{-1} , записанные детектором СНД в 31 точке по энергии в диапазоне 1.55–2 ГэВ в 2011, 2012, 2019–2021 гг. Энергия коллайдера во время эксперимента измерялась методом обратного комптоновского рассеяния лазерного излучения на пучке электронов [7, 8]. В связи с отсутствием узких структур в сечении и малой статистикой событий изучаемого процесса данные 2011, 2012 и 2019 годов были сгруппированы в девять интервалов, перечисленных в табл. 1. Энергия в каждом интервале усреднялась как $\bar{E} = \sum E_i \sigma_{\text{vis}}(E_i) L_i / \sum \sigma_{\text{vis}}(E_i) L_i$, где E_i , $\sigma_{\text{vis}}(E_i)$ и L_i — энергии, светимости и значения наблюдаемого сечения процесса (1) для экспериментальных точек, входящих в данный интервал. Наблюдаемое сечение вычислялось по формуле (9) по результатам аппроксимации наших данных в разд. 7.

¹⁾ Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия.

²⁾ Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия.

* E-mail: A.A.Botov@inp.nsk.su

Таблица 1. Средняя энергия \bar{E} для указанного в скобках диапазона или точка по энергии, интегральная светимость L , число событий N и эффективность регистрации ϵ процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$; первая ошибка статистическая, вторая — систематическая

Сканирование	\bar{E} , ГэВ	L , нбн ⁻¹	N	ϵ , %
2011–12	1.559 [1.550–1.594)	1010	$6 \pm 7 \pm 0$	$4.97 \pm 0.06 \pm 0.23$
	1.612 [1.594–1.644)	995	$-15 \pm 8 \pm 1$	$5.01 \pm 0.07 \pm 0.24$
	1.666 [1.644–1.694)	1824	$10 \pm 16 \pm 0$	$5.28 \pm 0.06 \pm 0.25$
	1.712 [1.694–1.744)	1514	$20 \pm 16 \pm 1$	$5.42 \pm 0.06 \pm 0.26$
	1.758 [1.744–1.794)	1707	$41 \pm 19 \pm 2$	$5.28 \pm 0.05 \pm 0.25$
	1.819 [1.794–1.844)	2833	$167 \pm 28 \pm 7$	$5.48 \pm 0.04 \pm 0.26$
	1.875 [1.844–1.894)	2630	$247 \pm 31 \pm 11$	$5.70 \pm 0.05 \pm 0.27$
	1.923 [1.894–1.944)	3624	$249 \pm 33 \pm 11$	$5.70 \pm 0.05 \pm 0.27$
	1.979 [1.944–2.005)	2900	$219 \pm 31 \pm 10$	$5.57 \pm 0.06 \pm 0.29$
2019	1.567 [1.550–1.594)	2661	$9 \pm 10 \pm 0$	$5.39 \pm 0.07 \pm 0.25$
	1.616 [1.594–1.644)	2764	$-5 \pm 15 \pm 0$	$5.57 \pm 0.07 \pm 0.26$
	1.662 [1.644–1.694)	3228	$19 \pm 20 \pm 1$	$5.70 \pm 0.07 \pm 0.27$
	1.713 [1.694–1.744)	2498	$45 \pm 19 \pm 2$	$5.80 \pm 0.07 \pm 0.27$
	1.764 [1.744–1.794)	2439	$79 \pm 20 \pm 3$	$6.08 \pm 0.07 \pm 0.29$
	1.814 [1.794–1.844)	2660	$109 \pm 24 \pm 4$	$5.99 \pm 0.07 \pm 0.28$
	1.877 [1.844–1.894)	6552	$308 \pm 38 \pm 12$	$5.79 \pm 0.06 \pm 0.27$
	1.910 [1.894–1.944)	8991	$498 \pm 45 \pm 20$	$5.97 \pm 0.05 \pm 0.28$
	1.955 [1.944–2.005)	7349	$533 \pm 44 \pm 21$	$5.80 \pm 0.11 \pm 0.32$
2020	1.869	8682	$482 \pm 43 \pm 31$	$6.27 \pm 0.11 \pm 0.30$
	1.891	8894	$419 \pm 44 \pm 27$	$6.12 \pm 0.11 \pm 0.29$
	1.901	9016	$463 \pm 44 \pm 30$	$6.22 \pm 0.11 \pm 0.29$
	1.920	8651	$522 \pm 44 \pm 34$	$6.24 \pm 0.11 \pm 0.29$
	1.941	8355	$512 \pm 46 \pm 33$	$6.44 \pm 0.11 \pm 0.30$
2021	1.938	5738	$460 \pm 39 \pm 17$	$5.98 \pm 0.10 \pm 0.28$
	1.961	7702	$682 \pm 47 \pm 25$	$6.04 \pm 0.15 \pm 0.34$
	1.981	9017	$761 \pm 50 \pm 28$	$6.01 \pm 0.15 \pm 0.35$
	2.007	21436	$1564 \pm 78 \pm 58$	$5.75 \pm 0.14 \pm 0.39$

В работе BABAR [6] показано, что ниже 1.95 ГэВ сечение изучаемого процесса (1) насыщается за счет промежуточного состояния $\omega\eta\pi^0$. В интервале 1.95–2 ГэВ около трети событий происходит от других механизмов. Процесс $e^+e^- \rightarrow \omega\eta\pi^0$ может идти через промежуточные состояния ωa_0^0 , $\rho(1400)\eta$ и ωa_2^0 . Состояние ωa_0^0 имеет самый низкий энергетический порог, около 1.76 ГэВ. Состояние $\rho(1400)\eta$ подавлено, т.к. рождается в p -волне. Состояние ωa_2^0 в изучаемой области рождается под порогом и также подавлено. Поэтому для моделирования процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\eta\pi^0$ применяется генератор событий в модели $e^+e^- \rightarrow \omega a_0^0$. Для оценки модельной зависимости эффективности регистрации проверялась также модель $\omega\eta\pi^0$ с равномерным

распределением импульсов конечных частиц по фазовому объему. Относительная разница в эффективности регистрации между двумя моделями составила около 2% и добавлена в ее систематическую ошибку для энергии ниже 1.95 ГэВ. Выше 1.95 ГэВ для изучения модельной неопределенности из-за вкладов других возможных механизмов реакции (1) используется моделирование этого процесса с равномерным распределением импульсов конечных частиц по фазовому объему.

Для моделирования фоновых процессов использовался универсальный генератор [9] всех известных процессов e^+e^- -аннигиляции в адронах в изучаемой области энергии. Было установлено, что основной фон дают процессы $e^+e^- \rightarrow$

$\rightarrow \pi^+\pi^-4\pi^0$, $\pi^+\pi^-3\pi^0$, $K^\pm K_S \pi^\mp \pi^0$ и $\pi^+\pi^-2\pi^0$. Значения масс и ширин резонансов, используемых в генераторах, брались из PDG [10]. Моделирование проводится с учетом излучения фотонов начальными частицами согласно работе [11]. Угловое распределение излученного из начального состояния фотона генерировалось по работе [12].

Взаимодействие частиц с веществом детектора моделируется с помощью пакета программ GEANT4 [13]. Моделирование учитывает меняющиеся экспериментальные условия, например, наличие неработающих каналов в детекторе, пучковый фон. Наличие пучкового фона приводит к появлению в 10% событий ложных фотонов и треков заряженных частиц. Для учета этого эффекта в моделировании использовались специальные фоновые события, записанные со случаем триггером во время набора данных. Сработавшие каналы детектора в этих событиях добавлялись к срабатываниям в моделюрованных событиях.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОЙ СВЕТИМОСТИ

Для измерения светимости в данном анализе используется процесс упругого электрон-позитронного рассеяния $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, события которого выделялись с помощью следующих условий:

- 1) число заряженных частиц, вылетающих из места встречи, $N_{ch} \geq 2$;
- 2) энергии заряженных частиц, измеренные по калориметру, $E_{1,2} > 0.6E_{beam}$, где E_{beam} — энергия пучка, здесь и ниже индексы 1 и 2 обозначают две заряженные частицы с наибольшим энерговыделением;
- 3) расстояние от трека заряженной частицы до оси пучков (оси z) $d_{1,2} < 1$ см;
- 4) z -координата ближайшей к оси пучков точки трека $|z_{0,1,2}| < 10$ см;
- 5) $|z_{0,1} - z_{0,2}| < 5$ см;
- 6) полярные углы треков $\theta_{1,2}$ ограничены условиями $(180^\circ - |\theta_1 - \theta_2|)/2 > 50^\circ$ и $|\theta_1 + \theta_2 - 180^\circ| < 15^\circ$;
- 7) азимутальные углы треков $\phi_{1,2}$ удовлетворяют условию $|\phi_1 - \phi_2| - 180^\circ| < 10^\circ$;
- 8) требуется выполнение рассчитанного по записанным данным условия записи события, имитирующего работу аппаратного отбора (первичного триггера), но с более жесткими ограничениями на параметры для подавления влияния разрешения электроники. Неэффективность выполнения этого условия пренебрежимо мала.

Углы вылета частиц и их координаты отсчитываются от оси пучков и средней точки их столкновения, которая определяется независимой процедурой калибровки по экспериментальным событиям.

Для вычисления эффективности регистрации и сечения электрон-позитронного рассеяния использовался Монте-Карло-генератор BHWIDE [14]. Измеренная для каждого энергетического интервала интегральная светимость приведена в табл. 1. Теоретическая неопределенность вычисления сечения не хуже 0.5%. Систематическая неопределенность эффективности регистрации событий определялась путем вариации приведенных выше условий отбора в широких пределах и не превышает 2%.

4. УСЛОВИЯ ОТБОРА СОБЫТИЙ

События процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$ выделялись в mode распадов $\eta, \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ со следующими предварительными условиями отбора:

- число треков заряженных частиц, выходящих из области взаимодействия пучков, равно два или три; треки удовлетворяют условиям:
 - расстояние от трека до оси пучков $d_0 < 1$ см;
 - z -координата ближайшей к оси пучков точки трека $|z_0| < 15$ см;
 - $|\Delta z_0| < 5$ см между любыми треками;
- число фотонов с энергией более 20 МэВ $N_\gamma \geq 6$;
- полное энерговыделение в калориметре превышает 300 МэВ;
- требуется срабатывание вычисленного первичного триггера (аналогично разд. 3). Неэффективность его срабатывания составляет менее 10^{-5} .

К отобранным событиям применяются основные условия отбора. По двум трекам проводится реконструкция вершины события, характеризуемая параметром χ_r^2 . При наличии в событии трех треков выбирается пара треков с наименьшим значением χ_r^2 . С учетом найденной вершины уточняются углы вылета заряженных частиц и фотонов.

В событии проверяются все комбинации из шести фотонов (если в событии фотонов больше десяти, то берутся десять с наибольшей энергией) с инвариантными массами двух пар в диапазоне $100 < m_{\gamma\gamma} < 170$ МэВ/ c^2 (кандидаты в π^0 -мезон). Границы отбора соответствуют $\pm 1.5\sigma_{m_{\gamma\gamma}}$, где $\sigma_{m_{\gamma\gamma}}$ — среднеквадратичное отклонение распределения по инвариантной массе $m_{\gamma\gamma}$. Для них проводится кинематическая

реконструкция события в гипотезе конечного состояния $\pi^+\pi^-6\gamma$ и выбираются комбинации с $\chi^2_{2\pi6\gamma} < 200$. Для этих комбинаций проводится кинематическая реконструкция в гипотезе $\pi^+\pi^-2\pi^0\gamma\gamma$. Качество реконструкции характеризуется параметром $\chi^2_{4\pi2\gamma}$. По уточненным в результате реконструкции параметрам фотонов вычисляется инвариантная масса пары фотонов, не вошедших в π^0 -мезон (M_η). Требуется, чтобы $400 \leq M_\eta \leq 700$ МэВ/ c^2 . Из всех комбинаций, удовлетворяющих этому условию, выбирается комбинация с наименьшим значением $\chi^2_{4\pi2\gamma}$. Распределения по параметру $\chi^2_{4\pi2\gamma}$ для экспериментальных и моделированных событий представлены на рис. 1a. Моделированное фоновое распределение нормировано на интеграл от экспериментального. Приведено также распределение для изучаемого процесса. Видно, что на этом этапе отбора большинство событий фоновые. Для дальнейшего анализа отбираются события с

$$\chi^2_{4\pi2\gamma} < 30. \quad (2)$$

Это условие отбрасывает 55% фоновых событий, сохраняя 80% событий искомого процесса.

Для подавления фона от процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-3\pi^0$ и $\pi^+\pi^-4\pi^0$ проводится кинематическая реконструкция в предположении конечного состояния $\pi^+\pi^-3\pi^0$. Проверяются комбинации,

содержащие три пары фотонов с $100 < m_{\gamma\gamma} < 170$ МэВ/ c^2 . Из них выбирается комбинация с наименьшим значением $\chi^2_{5\pi}$. Распределение по этому параметру для событий с $\chi^2_{4\pi2\gamma} < 30$ приведено на рис. 1b. Отбираются события с

$$\chi^2_{5\pi} > 100. \quad (3)$$

Это условие отбрасывает 70% оставшихся фоновых событий и 12% событий искомого процесса.

Дальнейшее подавление фона производится условием на число фотонов

$$N_\gamma = 6, \quad (4)$$

которое уменьшает фон еще в два раза, а число изучаемых событий на 20%.

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА СОБЫТИЙ СИГНАЛА

Распределения по M_η отобранных 24634 экспериментальных событий, разбитых по четырем сканированиям, приведены на рис. 2. Видно, что распределение состоит из примерно 35% событий изучаемого процесса с пиком на массе η -мезона и фона, не имеющего пика.

Для определения количества событий, содержащих η -мезон, экспериментальные спектры по

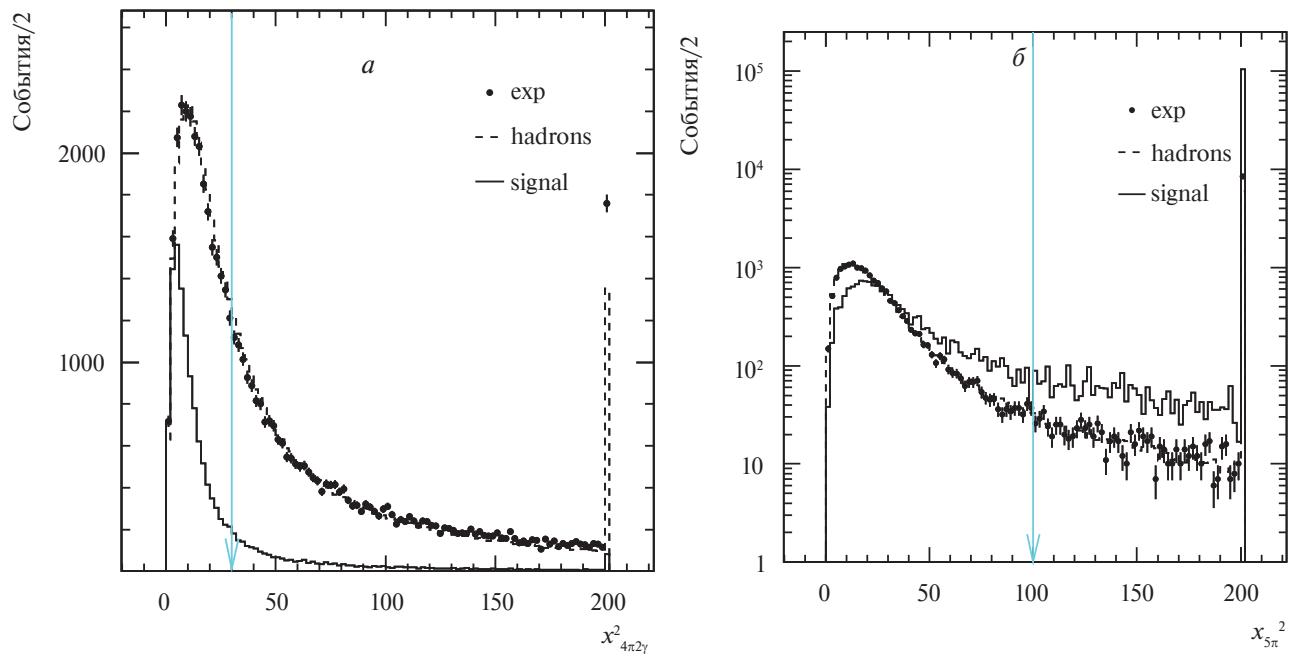


Рис. 1. Распределения по параметрам $\chi^2_{4\pi2\gamma}$ (a) и $\chi^2_{5\pi}$ (б) для экспериментальных (точки с ошибками) и моделированных событий изучаемого процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$ (сплошная гистограмма) и фона $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$ (пунктирная гистограмма). Моделированные распределения, кроме изучаемого процесса слева, нормированы на интеграл от экспериментального (не включая 101 канал). В 101 канале гистограмм содержатся события с $\chi^2_{4\pi2\gamma}, \chi^2_{5\pi} \geq 200$. Стрелками показаны границы отбора.

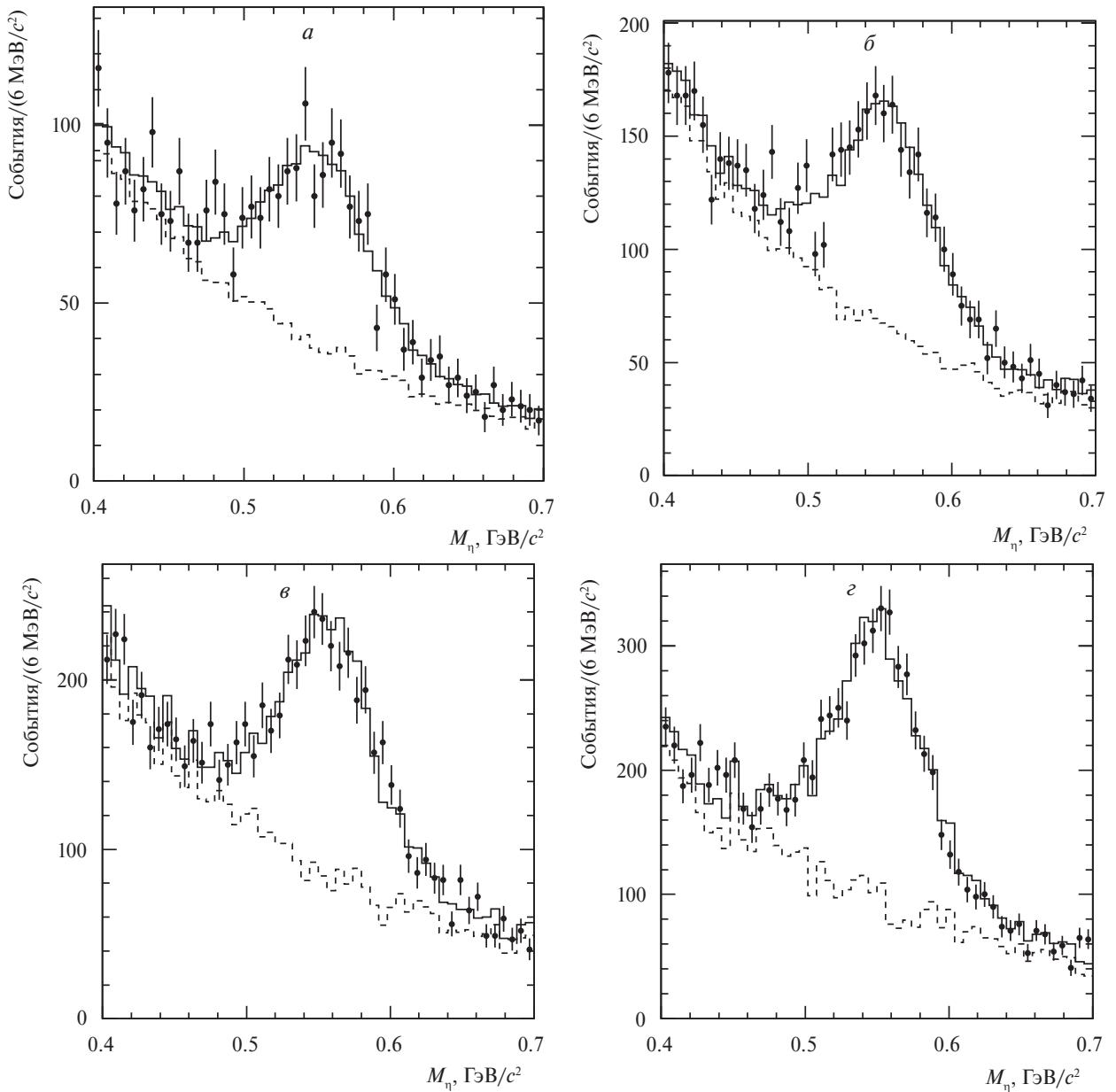


Рис. 2. Суммарные распределения экспериментальных событий по инвариантным массам пар фотонов, кандидатов в η -мезон (точки с ошибками), для сканирований 2011–2012 (а), 2019 (б), 2020 (в) и 2021 (г) гг. Сплошная гистограмма — результат аппроксимации спектра суммой сигнального и фонового распределений. Вклад фона показан пунктирной гистограммой.

M_η для каждого интервала/точки по энергии коллайдера аппроксимировались суммой вкладов

$$F(M_\eta) = NF_s(M_\eta) + N_h F_h(M_\eta) + N_\eta F_\eta(M_\eta) + l(M_\eta), \quad (5)$$

где N и $F_s(M_\eta)$ — число событий и функция распределения по M_η для событий изучаемого процесса (1) с распадом $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, N_h и $F_h(M_\eta)$ — ожидаемое число событий и распределение для адронного фона, N_η и $F_\eta(M_\eta)$ — число событий и распределение для событий изучаемого процесса с распадом η -мезона в конечные состояния, отлич-

ные от $\gamma\gamma$, $l(M_\eta)$ — линейная функция, учитываяющая отличие формы распределения $N_h F_h(M_\eta) + N_\eta F_\eta(M_\eta)$ в эксперименте и моделировании.

Распределение $F_s(M_\eta)$ было получено аппроксимацией моделированного спектра по M_η суммой двух функций Гаусса и линейной функции, которая описывает распределение неверно реконструированных событий изучаемого процесса.

Распределения $F_h(M_\eta)$ и $F_\eta(M_\eta)$ описывались гистограммами, полученными по моделированию. Все распределения, кроме $l(M_\eta)$, нормиро-

ваны на единицу в рассматриваемом интервале по M_η .

Свободными параметрами аппроксимации экспериментальных спектров по M_η являлись N и коэффициенты функции $l(M_\eta)$. При этом $N_\eta = Nk_\eta/k$, где k и k_η — количества прошедших отбор моделированных событий процесса (1) с распадом $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ и в другие конечные состояния соответственно.

Для учета различия формы линии сигнала в эксперименте и моделировании в функцию $F_s(M_\eta)$ вводятся сдвиг положения пика ΔM_η и уширение $\Delta\sigma_{M_\eta}$, которое квадратично добавляется к стандартным отклонениям функций Гаусса. Параметры ΔM_η и $\Delta\sigma_{M_\eta}$ определялись отдельно для каждого сканирования при аппроксимации суммарных распределений по M_η , показанных на рис. 2. Их значения приведены в табл. 2. Поскольку значения $\Delta\sigma_{M_\eta}$ для всех сканирований согласуются между собой, они были усреднены. Полученное среднее значение $\Delta\sigma_{M_\eta} = 13.1 \pm 2.2$ МэВ/ c^2 , а также значения ΔM_η из табл. 2 были использованы для аппроксимации распределений по M_η в отдельных энергетических интервалах/точках.

Систематическая погрешность в числе событий сигнала из-за неточности моделирования формы линии η -мезона оценивалась при варьировании параметров ΔM_η и $\Delta\sigma_{M_\eta}$ в пределах их ошибок. Она составляет 2% и определяется по-грешностью в $\Delta\sigma_{M_\eta}$.

Для оценки систематической ошибки, связанной с описанием формы фона, использовалась альтернативная модель аппроксимации спектров по M_η :

$$F(M_\eta) = NF_s(M_\eta) + k_hN_hF_h(M_\eta) + N_\eta F_\eta(M_\eta), \quad (6)$$

где N и k_h являются свободными параметрами (k_h с точностью 10% согласуется с единицей). Систематическая погрешность определялась для каждого сканирования как разница в суммарном числе событий с η -мезоном для двух вариантов описания формы фона. Она меняется от 3.1% до 6.2%.

Полученные числа сигнальных и фоновых событий для каждого сканирования приведены в

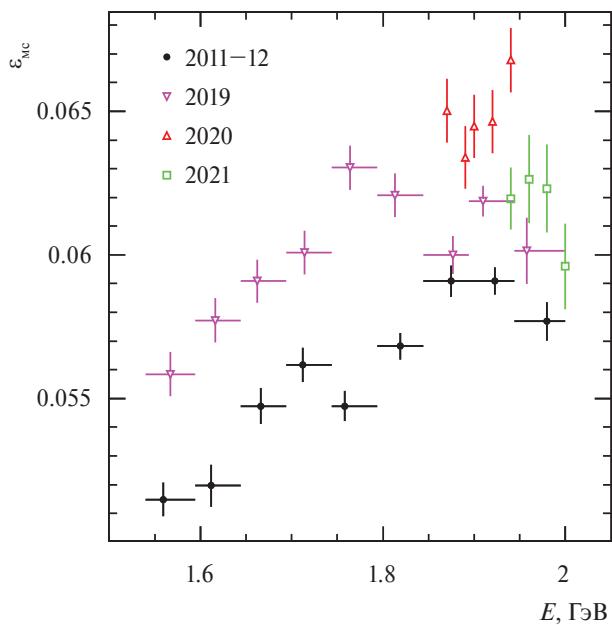


Рис. 3. Зависимость эффективности регистрации процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$ для четырех сканирований от энергии.

табл. 2, а для каждого диапазона/точки по энергии — в табл. 1. Первая ошибка в числе событий — статистическая, вторая — систематическая, составившая от 3.7% до 6.5% для разных сканирований.

6. ЭФФЕКТИВНОСТЬ РЕГИСТРАЦИИ

Эффективность регистрации событий процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$ определялась по моделированию. Ее энергетическая зависимость для четырех сканирований показана на рис. 3. Разница в эффективностях между сканированиями объясняется разным количеством неработающих кристаллов в калориметре и разными фоновыми условиями.

В области энергии $E < 1.95$ ГэВ эффективность регистрации определялась по моделированию с промежуточным состоянием $\omega\pi^0$. При большей энергии эффективность оценивалась как среднее эффективностей регистрации для промежуточного состояния $\omega\pi^0$ и моделирования конечно-го состояния $\pi^+\pi^-2\pi^0\eta$ с равномерным распреде-

Таблица 2. Параметры аппроксимации спектров по M_η

Параметр/сканирование	2011–2012	2019	2020	2021
ΔM_η , МэВ/ c^2	-2.3 ± 2.8	2.6 ± 2.0	3.1 ± 1.6	-1.5 ± 1.0
$\Delta\sigma_{M_\eta}$, МэВ/ c^2	13.6 ± 6.9	15.8 ± 4.2	20.2 ± 2.8	10.0 ± 2.7
N	945 ± 69	1595 ± 86	2398 ± 99	3468 ± 111
$N_h + N_\eta + l$	2195 ± 86	3925 ± 110	5102 ± 125	5287 ± 130

лением импульсов этих частиц по фазовому объему. Полуразность эффективностей бралась в качестве оценки модельной ошибки для этой энергии. Ее относительная величина составляет от 3 до 5% для разных сканирований.

Для моделирования описанного в разд. 2 излучения фотонов начальными частицами требуется знание энергетической зависимости борновского сечения изучаемого процесса. Поэтому эффективность регистрации вычисляется итерационным методом. На первом этапе используется сечение из работы [6]. По моделированию определяется эффективность регистрации, которая используется для получения по экспериментальным данным борновского сечения, как описано в разд. 7. Полученное сечение в виде табулированной функции используется для моделирования на втором этапе. При этом вместо полного моделирования делается взвешивание уже намоделированных событий с излученным из начального состояния фотоном с учетом изменения борновского сечения. Итерационный процесс прекращается, когда относительное изменение эффективности регистрации между последовательными итерациями становится меньше 1%.

Неточности моделирования отклика детектора приводят к отличию определенной по моделированию эффективности регистрации ϵ_{MC} от истинной. При имеющейся статистике мы не можем определить поправки к эффективности, связанные с условиями отбора, из-за высокого уровня фона. Вместо этого для каждого из условий отбора оценивается систематическая погрешность.

Поправки на χ^2 кинематической реконструкции изучались по событиям процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ при $E = 1.4-1.6$ ГэВ [15] и процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ в области резонанса $\phi(1020)$, где эти процессы могут быть выделены с малым уровнем фона. В обоих случаях поправка не превышала 2%. Значимого изменения поправки из-за увеличения числа фотонов в конечном состоянии не наблюдалось. Величина 2% используется в качестве оценки систематической погрешности на условие $\chi^2_{4\pi 2\gamma} < 30$.

Следующим источником систематической погрешности является условие $N_\gamma = 6$. Основными источниками возникновения дополнительных фотонов в событиях являются наложения пучкового фона и ядерное взаимодействие заряженных пионов. Влияние наложений пучкового фона изучалось по событиям $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$. Было получено, что моделирование воспроизводит долю событий с лишним фотоном с точностью лучше 1%. Оба эффекта вместе изучались по событиям процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ в области резонанса $\phi(1020)$. В моделировании доля событий с лиш-

ним фотоном оказалась на $(1.2 \pm 0.2)\%$ меньше, чем в эксперименте. Следует отметить, что распределения по энергии заряженных пионов для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ на ф-мезоне и изучаемого процесса близки. Поэтому мы вносим поправку к эффективности -1.2% с систематической погрешностью 1.4% .

Ожидается, что моделирование изучаемого процесса неплохо воспроизводит его распределение по параметру $\chi^2_{5\pi}$, поскольку оно определяется комбинаторикой конечных фотонов. Для оценки модельной ошибки была посчитана относительная разница в количестве событий, отбрасываемых условием $\chi^2_{5\pi} > 100$ в моделировании по фазовому объему и в моделировании конечного состояния $\omega\pi^0$. Эта разница составила 27%. Она приводит к относительной разнице в эффективности регистрации 3.3%. Эта величина была взята в качестве меры систематической погрешности.

Разница в вероятности конверсии фотонов на веществе до дрейфовой камеры между экспериментом и моделированием была измерена по событиям процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$. Поправка для фотона, летящего перпендикулярно оси пучков, составила $(-0.26 \pm 0.01)\%$. Учет углового распределения для шести фотонов изучаемого процесса приводит к поправке $(-2.0 \pm 0.1)\%$.

Большая часть систематической неопределенности, связанной с неточностью моделирования реконструкции треков, сокращается при нормировке на светимость. Разница между экспериментом и моделированием в отношении эффективностей реконструкции электронов и пионов исследовалась в работе [16]. Она приводит к поправке $(-0.3 \pm 0.2)\%$.

Суммарная поправка к эффективности регистрации, вычисленной по моделированию, равна

$$\kappa = (0 \pm 2)\% + (-1.2 \pm 1.4)\% + (0 \pm 3.3)\% + \\ + (-2 \pm 0.1)\% + (-0.3 \pm 0.2)\% = (-3.5 \pm 4.1)\%,$$

где ошибка является полной систематической погрешностью, связанной с условиями отбора. Поправленные значения эффективности регистрации

$$\epsilon = \epsilon_{MC}(1 + \kappa) \quad (7)$$

для разных сканирований приведены в табл. 1 со статистической и систематической ошибками. Последняя, кроме ошибки κ , включает модельную ошибку и ошибку (1%), связанную с итерационным процессом вычисления эффективности.

7. ПОЛУЧЕНИЕ БОРНОВСКОГО СЕЧЕНИЯ

Экспериментальное наблюдаемое сечение процесса (1) вычисляется следующим образом:

$$\sigma_{vis,i} = \frac{N_i}{L_i \epsilon_i}, \quad (8)$$

где N_i , L_i , ϵ_i — число экспериментальных событий, интегральная светимость и эффективность регистрации для i -го энергетического диапазона или точки.

Наблюдаемое сечение связано с борновским следующим образом [11]:

$$\sigma_{vis}(E) = \int_0^{x_{max}} F(E, x) \sigma(E\sqrt{1-x}) dx, \quad (9)$$

где x — доля энергии пучка, унесенная фотонами, излученными начальными электроном и позитроном, $F(E, x)$ — функция «радиатор», описывающая вероятность излучения фотонов с энергией $xE/2$, $\sigma(E)$ — борновское сечение, а $x_{max} = 1 - (2m_{\pi^+} + 2m_{\pi^0} + m_\eta)^2/E^2$. Правую часть уравнения (9) можно переписать в общепринятом виде

$$\int_0^{x_{max}} F(E, x) \sigma(E\sqrt{1-x}) dx = \sigma(E)(1 + \delta(E)), \quad (10)$$

где $\delta(E)$ — радиационная поправка.

Экспериментальные значения борновского сечения σ_i определяются следующим образом. Наблюдаемое сечение в совпадающих диапазонах энергии и точках 1.938 и 1.941 ГэВ усредняется с учетом статистических ошибок. В качестве систематической ошибки, включающей, в частности, ошибки определения числа событий и эффективности регистрации, берется наибольшая из ошибок усредняемых сечений. Значения энергии \bar{E}_i усредняются с весом, пропорциональным числу событий N_i , а для интервала [1.594, 1.644], где $N_i < 0$, — с весом, пропорциональным светимости L_i . Зависимость наблюдаемого сечения от энергии аппроксимируется выражением (9), где борновское сечение параметризуется теоретической моделью, хорошо описывающей экспериментальные данные. Полученные в результате аппроксимации параметры используются для вычисления $\delta(\bar{E}_i)$ по формуле (10). Затем вычисляются σ_i по формуле

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{vis,i}}{1 + \delta(\bar{E}_i)}. \quad (11)$$

Борновское сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$ в рамках модели векторной доминантности хорошо описывается суммой

Таблица 3. Результаты аппроксимации сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$, v — число степеней свободы

Параметр	Значение
$B_{\rho''} \times 10^{-7}$	$1.08^{+1.17}_{-0.62}$
$B_{\rho'''} \times 10^{-7}$	$5.61^{+2.22}_{-1.34}$
φ	$3.21^{+0.48}_{-0.77}$
χ^2/v	22.7/14

вкладов двух резонансов семейства ρ :

$$\sigma(E) = \frac{12\pi}{E^3} \left| \sqrt{\frac{B_{\rho''}}{P_f(m_{\rho''}^2)}} \frac{m_{\rho''}^{3/2} \Gamma_{\rho''}}{D_{\rho''}} + \sqrt{\frac{B_{\rho'''}}{P_f(m_{\rho'''}^2)}} \frac{m_{\rho'''}^{3/2} \Gamma_{\rho'''}}{D_{\rho'''}} e^{i\varphi} \right|^2 P_f(E), \quad (12)$$

где m_V и Γ_V — масса и ширина векторного мезона $V = \rho'', \rho''', \rho'' \equiv \rho(1700), \rho''' \equiv \rho(2150)$, $B_V = B(V \rightarrow e^+e^-)B(V \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta)$ — произведение относительных вероятностей распада резонанса V , $D_V = E^2 - m_V^2 + iE\Gamma_V$, $P_f(E)$ — фактор, описывающий энергетическую зависимость фазового объема конечного состояния. Для его вычисления использовалась модель промежуточного состояния $\omega a_0^0(980)$ в предположении узкого ω -мезона:

$$P_f(E) = \frac{2}{9} \int_{(m_\eta+m_\pi)^2}^{(E-m_\omega)^2} \frac{dm^2}{\pi} \frac{m \Gamma_{a_0} q(E, m, m_\omega)}{(m^2 - m_{a_0}^2)^2 + (m \Gamma_{a_0})^2}, \quad (13)$$

$$q(E, m, m_\omega) = \frac{1}{2E} \sqrt{(E^2 - (m - m_\omega)^2)(E^2 - (m + m_\omega)^2)}.$$

Для массы и ширины $a_0^0(980)$ были взяты значения $m_{a_0} = 982$ МэВ/ c^2 и $\Gamma_{a_0} = 70$ МэВ/ c^2 .

При аппроксимации экспериментального наблюдаемого сечения выражением (12) свободными параметрами были $B_{\rho''}$, $B_{\rho'''}$ и φ . Массы и ширины резонансов фиксировались на табличных значениях [10] для ρ'' $m_{\rho''} = 1720 \pm 20$ МэВ/ c^2 и $\Gamma_{\rho''} = 250 \pm 10$ МэВ/ c^2 и значениях $m_{\rho'''} = 2095 \pm 10$ МэВ/ c^2 и $\Gamma_{\rho'''} = 270 \pm 60$ МэВ/ c^2 из работы [15] для ρ''' . При аппроксимации массам и ширинам разрешалось варьироваться в пределах их ошибок. Полученные при аппроксимации параметры показаны в табл. 3.

Полученные значения борновского сечения вместе с аппроксимирующей кривой показаны на рис. 4. Численные значения полученного сечения и радиационной поправки приведены

Таблица 4. Радиационная поправка $1 + \delta$ и измеренное борновское сечение σ процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$, \bar{E} — средняя энергия в системе центра масс для приведенного в скобках диапазона или точки; первая неопределенность статистическая, вторая — систематическая

\bar{E} , ГэВ	$1 + \delta$	σ , нбн
1.564 [1.550–1.594)	0.81	$0.09 \pm 0.08 \pm 0.01$
1.615 [1.594–1.644)	0.82	$-0.13 \pm 0.10 \pm 0.01$
1.663 [1.644–1.694)	0.82	$0.13 \pm 0.11 \pm 0.01$
1.713 [1.694–1.744)	0.84	$0.35 \pm 0.13 \pm 0.02$
1.762 [1.744–1.794)	0.86	$0.60 \pm 0.13 \pm 0.04$
1.817 [1.794–1.844)	0.88	$0.95 \pm 0.13 \pm 0.06$
1.869	0.90	$0.99 \pm 0.09 \pm 0.08$
1.876 [1.844–1.894)	0.90	$1.08 \pm 0.10 \pm 0.07$
1.891	0.90	$0.86 \pm 0.09 \pm 0.07$
1.901	0.90	$0.92 \pm 0.09 \pm 0.08$
1.914 [1.894–1.944)	0.90	$1.10 \pm 0.08 \pm 0.07$
1.920	0.90	$1.07 \pm 0.09 \pm 0.09$
1.940	0.90	$1.21 \pm 0.08 \pm 0.10$
1.961	0.90	$1.62 \pm 0.12 \pm 0.11$
1.962 [1.944–2.005)	0.90	$1.41 \pm 0.10 \pm 0.10$
1.981	0.90	$1.56 \pm 0.11 \pm 0.11$
2.007	0.90	$1.40 \pm 0.08 \pm 0.11$

в табл. 4. Систематическая неопределенность радиационной поправки определялась при вариации полученных параметров модели в пределах ошибок. Она составила от 0.2 до 1.4% и включена в систематическую ошибку сечения. Систематическая неопределенность сечения составляет 6.5–8%.

На рис. 4 также показаны результаты измерений BABAR [6]. Видно, что ниже 1.9 ГэВ наши данные лежат систематически выше данных BABAR. В то же время при энергии 1.975 ГэВ измерение BABAR приблизительно в 1.5 раза больше нашего. Систематическая ошибка измерения BABAR составляет 13%. В диапазоне $E = 1.87$ –2 ГэВ наши данные имеют лучшую точность.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В эксперименте с детектором СНД на e^+e^- -коллайдере ВЭПП-2000 проведен анализ процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$ по данным 2011, 2012, 2019–2021 гг. Сечение этого процесса измерено в области энергии 1.55–2.00 ГэВ, где оно расстет от 0 до 1.5 нбн. При энергии 2 ГэВ оно составляет около 3% от величины полного адронного сечения. Сечение хорошо описывается мо-

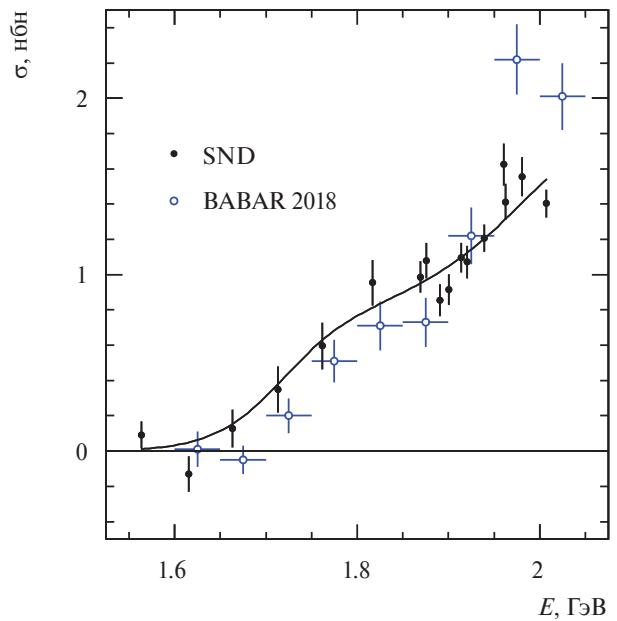


Рис. 4. Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$, измеренное в данной работе (точки) и эксперименте BABAR [6] (окружности). Показаны статистические ошибки. Кривая — результат аппроксимации формулой (12).

делью векторной доминантности с резонансами $\rho(1700)$ и $\rho(2150)$. При энергии ниже 1.9 ГэВ данные СНД систематически выше предыдущих измерений на детекторе BABAR [6], а в диапазоне энергии 1.95–2 ГэВ сечение, измеренное СНД в нескольких точках, приблизительно в 1.5 раза ниже измерения BABAR. При $E = 1.87$ –2 ГэВ измерение СНД имеет лучшую точность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- P. Yu. Shatunov *et al.*, Phys. Part. Nucl. Lett. **13**, 995 (2016).
- M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **598**, 31 (2009).
- V. M. Aulchenko *et al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **598**, 102 (2009).
- A. Yu. Barnyakov *et al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **598**, 163 (2009).
- V. M. Aulchenko *et al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **598**, 340 (2009).
- J. P. Lees *et al.* (BABAR Collab.), Phys. Rev. D **98**, 112015 (2018).
- E. V. Abakumova *et al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **744**, 35 (2014).
- E. V. Abakumova, M. N. Achasov, A. A. Krasnov, N. Y. Muchnoi, and E. E. Pyata, JINST **10**, T09001 (2015).
- A. A. Korobov and S. I. Eidelman, J. Phys.: Conf. Ser. **1525**, 012019 (2020).
- R. L. Workman *et al.* (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. **2022**, 083C01 (2022) and 2023 update.

11. E. A. Kuraev and V. S. Fadin, *Yad. Fiz.* **41**, 733 (1985) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **41**, 466 (1985)].
12. G. Bonneau and F. Martin, *Nucl. Phys. B* **27**, 381 (1971).
13. S. Agostinelli *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A* **506**, 250 (2003).
14. S. Jadach, W. Placzek, and B. F. L. Ward, *Phys. Lett. B* **390**, 298 (1997).
15. M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), *Phys. Rev. D* **108**, 092012 (2023).
16. M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), *JETP* **101**, 1053 (2005).

MEASUREMENT OF THE $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$ CROSS SECTION BELOW $\sqrt{s} = 2$ GeV

© 2025 M. N. Achasov^{1,2)}, A. Yu. Barnyakov^{1,2)}, K. I. Beloborodov^{1,2)},
 A. V. Berdyugin^{1,2)}, D. E. Berkaev¹⁾, A. G. Bogdanchikov¹⁾, A. A. Botov¹⁾, V. S. Denisov¹⁾,
 T. V. Dimova^{1,2)}, V. P. Druzhinin^{1,2)}, E. A. Eminov¹⁾, L. B. Fomin¹⁾,
 L. V. Kardapoltsev^{1,2)}, A. A. Kattsin¹⁾, A. G. Kharlamov^{1,2)}, A. N. Kirpotin¹⁾,
 I. A. Koop^{1,2)}, A. A. Korol^{1,2)}, D. P. Kovrzhin¹⁾, A. P. Kryukov¹⁾, A. S. Kupich^{1,2)},
 A. P. Lysenko¹⁾, N. A. Melnikova¹⁾, N. Yu. Muchnoy^{1,2)}, A. E. Obrazovsky¹⁾,
 E. V. Pakhtusova¹⁾, E. A. Perevedentsev^{1,2)}, K. V. Pugachev^{1,2)}, Yu. A. Rogovsky^{1,2)},
 S. I. Serednyakov^{1,2)}, Yu. M. Shatunov¹⁾, D. A. Shtol¹⁾, Z. K. Silagadze^{1,2)}, I. K. Surin¹⁾,
 M. V. Timoshenko¹⁾, Yu. V. Usov¹⁾, I. M. Zemlyansky^{1,2)}, V. N. Zhabin¹⁾,
 V. V. Zhulanov^{1,2)}

¹⁾*Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS, Novosibirsk, Russia*

²⁾*Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia*

The cross section for the process $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0\eta$ is measured in the center-of-mass energy region 1.55–2 GeV for integrated luminosity 146 pb^{-1} collected by the SND detector at the VEPP-2000 e^+e^- collider. The obtained cross section is fitted with the VMD model with the $\rho(1700)$ and $\rho(2150)$ resonances.