

ВЛИЯНИЕ ИНВЕРСНОГО ГЛЮОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА АСИММЕТРИЮ ВПЕРЕД-НАЗАД В ПРОЦЕССЕ РОЖДЕНИЯ ДИЛЕПТОНОВ НА LHC

© 2025 г. В. А. Зыкунов^{1),2),*}

Поступила в редакцию 26.08.2024 г.; после доработки 03.10.2024 г.; принята к публикации 03.10.2024 г.

Подробно исследовано инверсное глюонное излучение в процессе рождения дилептонов при адронных столкновениях в рамках экспериментальной программы Большого адронного коллайдера (Large Hadron Collider, LHC). Проведен численный анализ эффектов инверсного излучения к наблюдаемым величинам (к сечениям и, более подробно, к асимметрии вперед-назад) в широкой кинематической области, в том числе для эксперимента CMS LHC в режиме Run3/HL, который соответствует сверхвысоким энергиям и инвариантным массам лептонной пары. Предложена эффективная методика анализа влияния различных радиационных вкладов на асимметрию вперед-назад посредством двух аддитивных относительных поправок.

Ключевые слова: инверсное глюонное излучение, дилептоны, асимметрия вперед-назад

DOI: 10.31857/S0044002725010116, **EDN:** GRZWDQ

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в экспериментах, идущих полным ходом на коллайдере LHC, осуществляются тестирование нового энергетического масштаба (выше 1 ТэВ) и активный поиск на нем отклонений от Стандартной модели (СМ) или, как принято сейчас говорить, явлений Новой физики (НФ): суперсимметричных партнеров известных частиц, проявлений (супер)струнной теории и M -теории, частиц-кандидатов на Темную материю, аксионов, ультраслабовзаимодействующих частиц. Обнаружение следов НФ является одной из главных перспектив развития современной физики. Есть надежда, что поиск явлений НФ увенчается успехом после тщательного исследования наблюдаемых величин процесса рождения лептонной пары (дилептона) в столкновениях адронов при больших инвариантных массах M пары $\ell^-\ell^+$ (режимы Run3/HL).

Следы НФ могут проявиться скорее не через прямое обнаружение новых частиц и/или новых явлений, а по сравнительно небольшим отклонениям от предсказаний СМ. Такой сценарий предполагает крайне точное (прецизионное) сравнение полученных экспериментальных данных с предсказаниями теории, что требует со-

ответствующего увеличения точности теоретического описания исследуемых процессов, а именно обеспечения экспериментов на Run3/HL LHC надежными и прецизионными программами учета эффектов радиационных поправок: как электрослабых, так и обусловленных высшими порядками пертурбативной квантовой хромодинамики (КХД).

Имеется большое количество программ и компьютерных кодов, посвященных этой проблеме, соответствующий обзор сделан, например, в [1], где также приведено физическое содержание одной из таких программ (READY – Radiative corrEctions to lArge invariant mass Drell–Yan process), разработанной автором для оценки электрослабых и КХД-поправок в процессе Дрелла–Яна.

2. МЕХАНИЗМЫ РОЖДЕНИЯ ДИМЮОНА В АДРОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

Существуют различные механизмы процесса рождения лептонной пары в адронных столкновениях (в этой работе в основном предполагается рождение мюон-антимюонной пары или, для краткости, димюона, а для общего случая обозначение аромата частиц в конечном состоянии будет следующее: $\ell = e, \mu, \tau$):

$$h_A(p_A) + h_B(p_B) \rightarrow \ell^-(p_3) + \ell^+(p_4) + X, \quad (1)$$

где p_A и p_B – 4-импульсы начальных адронов; p_3 (p_4) – 4-импульс конечного лептона ℓ^- (ан-

¹⁾ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

²⁾ Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Беларусь.

* E-mail: zykunov@jinr.ru

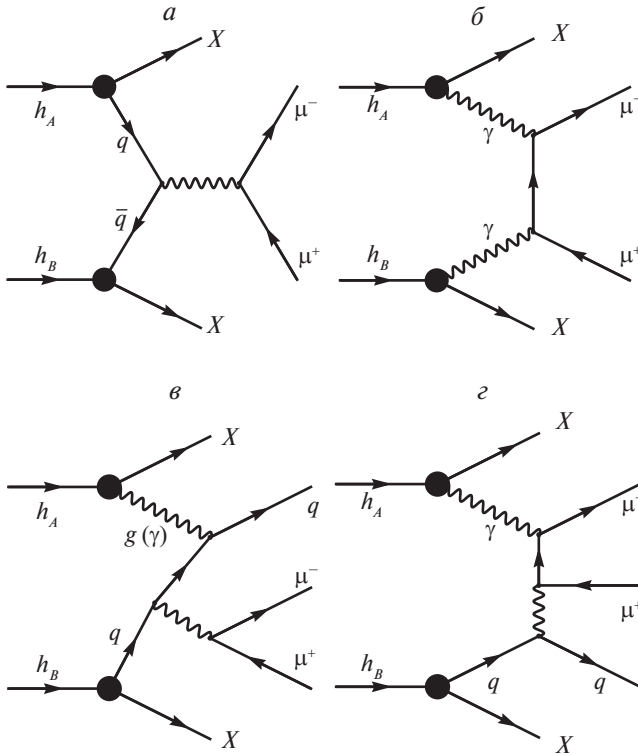


Рис. 1. Процесс рождения дилептона в адронных столкновениях: *a* — процесс Дрелла–Яна с виртуальным фотоном или Z -бозоном, *б* — механизм фотонного слияния, *в* — инверсное глюонное (фотонное) рассеяние (излучение из кварка), *г* — инверсное фотонное рассеяние (излучение из лептона). На линиях указаны названия частиц.

дилептона ℓ^+) с массой m . Три основных возможности иллюстрируются рис. 1. Во-первых, это s -канальный механизм превращения кварк-антикварковой пары в димюон (см. рис. 1*a*). Процесс Дрелла–Яна (протекающий по этому механизму) к настоящему моменту досконально изучен: на уровне однопетлевых электрослабых поправок и двухпетлевых КХД-поправок (см. [1] и работы, процитированные там). Другой возможностью является двухфотонное рождение (см. рис. 1*б*), вклад этого механизма изучен, например, в работах [2, 3] на уровне однопетлевых электрослабых поправок. Так как упомянутые механизмы исследованы с точностью до $O(\alpha^3)$, необходимо учесть еще и такие варианты: фотонное инверсное излучение (IE, inverse emission) (см. рис. 1*в* и 1*г*) и глюонное инверсное излучение (соответствует топологии рис. 1*в*). Квадраты амплитуд IE-процессов будут соответствовать требуемой точности $O(\alpha^3)$. В тексте ниже будем обозначать упомянутые механизмы и их конфигурации (прямые и обратные) следующим образом:

1. $DY = \{q\bar{q}, \bar{q}q\}$ — процесс Дрелла–Яна,

2. $\gamma\gamma$ — процесс двухфотонного рождения димюона,
3. $IGE = \{gq, qg, g\bar{q}, \bar{q}g\}$ ($IPE = \{\gamma q, q\gamma, \gamma\bar{q}, \bar{q}\gamma\}$) — рождение димюона в процессе инверсного глюонного (фотонного) излучения.

Первым символом в фигурных скобках обозначается частица-партон из верхнего [первого] адрона h_A , вторым — частица-партон из нижнего [второго] адрона h_B . Используем общий индекс m для обозначения типа механизма: $m = DY, \gamma\gamma, IGE, IPE$.

Целью настоящей работы является изучение вклада инверсного глюонного излучения в процессе рождения димюонов при адронных столкновениях на LHC. С помощью новой версии READY будет проделан тщательный численный анализ влияния эффектов от этого вклада на наблюдаемые сечения и асимметрию вперед-назад.

3. АМПЛИТУДЫ НА ПАРТОННОМ УРОВНЕ

На партонном уровне процесс рождения дилептона с инверсным глюонным [фотонным] излучением при взаимодействии с кварком выглядит так:

$$g[\gamma](p_1) + q(p_2) \rightarrow \ell^-(p_3) + \ell^+(p_4) + q(p_5). \quad (2)$$

Есть вполне определенная причина начать расчет как раз со случая инверсного фотона. Состоит она в том, что разница в сечениях на партонном уровне между инверсными фотонным и глюонным излучениями обусловлена только структурой кварк-бозонной вершины (см. Приложение А). Как результат, сечение с инверсным глюонным легко получить, заменив в сечении с инверсным фотоном постоянную тонкой структуры α на константу сильного взаимодействия α_s по следующей схеме:

$$Q_q^2 \alpha \rightarrow \sum_{a=1}^{N^2-1} t^a t^a \alpha_s = \frac{N^2-1}{2N} I \alpha_s \rightarrow \frac{4}{3} \alpha_s, \quad (3)$$

где t^a — матрицы Гелл-Манна (домноженные на фактор $\frac{1}{2}$), а $N = 3$ — число поколений кварков.

Итак, соответствующие фейнмановские диаграммы приведены на рис. 2*a* и рис. 2*б*. Обозначения на диаграммах рис. 2 следующие: p_1 — 4-импульс начального фотона [глюона]; p_2 (p_5) — 4-импульс начального (конечного) кварка; $q_1 = p_3 + p_4$ — 4-импульс промежуточного бозона — фотона или Z -бозона; p_3 (p_4) — 4-импульсы лептона (антилептона). Везде в работе используем общие индексы a и b для обозначения типа промежуточного бозона: $a, b = \{\gamma, Z\}$.

Используя правила Фейнмана (см. Приложение А), выпишем амплитуду γq -процесса с промежуточным бозоном a по диаграммам рис. 2:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\gamma q}^a = & ie^3 Q_q D_a(q_1) \cdot \bar{u}(p_5) [\gamma_\mu S(p_5 - p_1) \gamma_\alpha \Gamma_q^a + \\ & + \gamma_\alpha \Gamma_q^a S(p_1 + p_2) \gamma_\mu] u(p_2) \cdot \bar{u}(p_3) \times \\ & \times \gamma^\alpha \Gamma_\ell^a u(-p_4) \cdot e^\mu(p_1). \end{aligned} \quad (4)$$

Упростим запись амплитуды (4), применяя коммутацию γ -матриц и уравнение Дирака:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\gamma q}^a = & ie^3 Q_q D_a(q_1) \cdot \bar{u}(p_5) G_{\mu\alpha}^{\gamma q} \Gamma_q^a u(p_2) \times \\ & \times \bar{u}(p_3) \gamma^\alpha \Gamma_\ell^a u(-p_4) \cdot e^\mu(p_1), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$G_{\mu\alpha}^{\gamma q} = \frac{2p_{5\mu} - \gamma_\mu \hat{p}_1}{-2p_1 p_5} \gamma_\alpha + \gamma_\alpha \frac{\hat{p}_1 \gamma_\mu + 2p_{2\mu}}{2p_1 p_2}.$$

4. КВАДРАТЫ АМПЛИТУД НА ПАРТОННОМ УРОВНЕ

Квадрируем амплитуды, используя прием Казимира и проводя усреднение по поляризациям начальных частиц и суммирование по поляризациям конечных. Используем ультрарелятивистское приближение (УРП) и свойство векторов поляризации фотона:

$$\sum_{\text{pol}} e_\rho(p) e_{\rho'}(p) = -g_{\rho\rho'}. \quad (6)$$

В результате для квадрата амплитуды (5) получим:

$$\sum_{\text{pol}} \mathcal{M}_{\gamma q}^a (\mathcal{M}_{\gamma q}^b)^+ = e^6 Q_q^2 D_a(q_1) D_b^*(q_1) S_{\gamma q}^{ab}, \quad (7)$$

где

$$S_{\gamma q}^{ab} = -\frac{1}{4} \text{Sp} [G_{\mu\alpha}^{\gamma q} G_q^{ab} \hat{p}_2 G_{\mu\beta}^{\gamma q} \hat{p}_5] \text{Sp} [\gamma^\alpha G_\ell^{ab} \hat{p}_4 \gamma^\beta \hat{p}_3]. \quad (8)$$

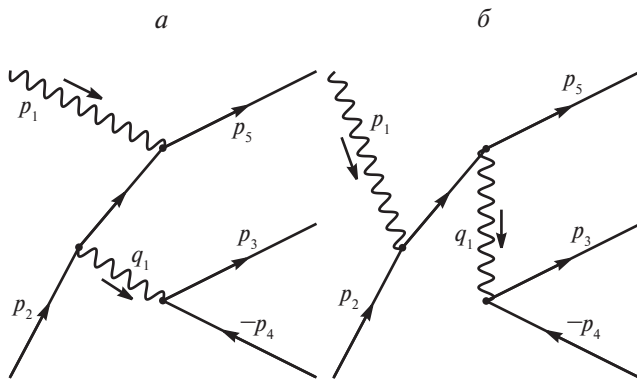


Рис. 2. Фейнмановские диаграммы процесса инверсного глюонного рассеяния (gq -случай).

Константы связи в выражении (8) скомбинировались следующим образом:

$$G_f^{ab} = \Gamma_f^a \Gamma_f^b = \lambda_{fV}^{ab} - \lambda_{fA}^{ab} \gamma_5, \quad (9)$$

где

$$\lambda_{fV}^{ab} = v_f^a v_f^b + a_f^a a_f^b, \quad \lambda_{fA}^{ab} = v_f^a a_f^b + a_f^a v_f^b, \quad f = q, \ell. \quad (10)$$

Векторные v_f^a и аксиально-векторные a_f^a константы связи фермиона f с фотоном и Z -бозоном приведены в Приложении А.

Выражения (8) вычисляются с помощью системы компьютерной алгебры FORM [4]. В ходе расчета в УРП выделились только две комбинации констант связи, что предоставило возможность записать результат в следующем факторизованном виде:

$$S_{\gamma q}^{ab} = \lambda_{qV}^{ab} \lambda_{\ell V}^{ab} S_V^{\gamma q} + \lambda_{qA}^{ab} \lambda_{\ell A}^{ab} S_A^{\gamma q}. \quad (11)$$

$S_{V,A}$ выражаются только через скалярные произведения 4-векторов и массы частиц реакции.

5. ПАРТОННОЕ И АДРОННОЕ СЕЧЕНИЯ

Используя (П.9), запишем дифференциальное сечение γq -процесса:

$$d\sigma_{\gamma q} = \frac{1}{2^6 \pi^5 s} \sum_{a,b} \sum_{\text{pol}} \mathcal{M}_{\gamma q}^a (\mathcal{M}_{\gamma q}^b)^+ d\Phi_3. \quad (12)$$

Фазовый объем реакции $d\Phi_3$ приведен в Приложении Б. Введем шесть партоновых лоренц-инвариантов Мандельштама:

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2, \quad t = (p_1 - p_3)^2, \\ u &= (p_2 - p_3)^2, \\ s_1 &= (p_3 + p_4)^2, \quad t_1 = (p_2 - p_4)^2, \\ u_1 &= (p_1 - p_4)^2, \end{aligned} \quad (13)$$

которые удобны для описания реакции безотносительно системы отсчета. Кроме этого введем радиационные инварианты

$$w_1 = 2p_1 p_5, \quad w_2 = 2p_2 p_5. \quad (14)$$

Из (12), используя *конволюцию*, построим дифференциальное сечение процесса (1) (адронное сечение), происходящего посредством γq -механизма:

$$\begin{aligned} d\sigma_{\gamma q}^{\text{ex}} = & \sum_q \sum_{r_1, r_2} f_{\gamma}^{r_1, A}(x_1, Q^2) dx_1 \times \\ & \times f_q^{r_2, B}(x_2, Q^2) dx_2 d\sigma_{\gamma q}. \end{aligned} \quad (15)$$

Под конволюцией понимается следующее: нужно просуммировать все возможности образования дилептона из адронов и отобрать конфигурации подпроцессов, допустимые законами сохранения. Последнее делается с помощью домножения на фактор Θ , который представляет собой θ -функцию: он равен единице в точках, где не нарушаются законы сохранения (и физический смысл), а в прочих равен нулю. Такой технический прием необходим для последующего численного интегрирования по области, соответствующей возможностям детектора (так называемый fiducial cuts).

Символом $f_q^{r,h}(x, Q^2)$ обозначаются так называемые *функции партонных распределений* (parton distribution functions), которые имеют следующий (вероятностный) смысл: $f_q^{r,h}(x, Q^2)dx$ — это вероятность нахождения в адроне h кварка аромата q со спиральностью r и долей импульса от x до $x + dx$ (аналогично вводятся и фотонные распределения). В функциях партонных распределений имеется также явная зависимость от Q^2 — энергетического масштаба (resolution scale) реакции (для краткости записи далее будем его опускать). Для процесса (1) естественный выбор для Q такой: $Q = M$, где M — это инвариантная масса лептонной пары, которая определяется так:

$$M = \sqrt{(p_3 + p_4)^2}. \quad (16)$$

Стоящее в адронном сечении суммирование по q предполагает все шесть ароматов: $q = u, d, s, c, b, t$ (по нарастанию массы), однако (слишком массивный) t -кварк в расчет не берется. Полагая начальные адроны неполяризованными, просуммируем по спиральностям и введем неполяризованные партонные распределения:

$$f_q^A(x) = \sum_r f_q^{r,h}(x) = f_q^{+,h}(x) + f_q^{-,h}(x), \quad (17)$$

тогда адронное дифференциальное сечение приобретает более простой вид

$$d\sigma_{\gamma q}^{\text{ex}} = \sum_q f_q^A(x_1) f_q^B(x_2) dx_1 dx_2 d\sigma_{\gamma q}. \quad (18)$$

Адронные лоренц-инварианты Мандельштама обычно обозначаются выражениями, аналогичными (13), но со шляпками:

$$\begin{aligned} \hat{s} &= (p_A + p_B)^2, \quad \hat{t} = (p_A - p_3)^2, \\ \hat{u} &= (p_B - p_3)^2, \\ \hat{s}_1 &= (p_3 + p_4)^2, \quad \hat{t}_1 = (p_B - p_4)^2, \\ \hat{u}_1 &= (p_A - p_4)^2, \end{aligned} \quad (19)$$

видно, что $\hat{s}_1 \equiv s_1 \equiv M^2$, также часто используют S вместо $\hat{s}$, т. е. $\hat{s} \equiv S$. Согласно кварк-партонной модели 4-импульсы адрона и партона пропорциональны:

$$p_1 = x_1 p_A, \quad p_2 = x_2 p_B, \quad (20)$$

где коэффициенты x_1 и x_2 — это доли импульса, которые забирают партоны (в данном случае — фотон и кварк) от родительских адронов. Связь партонных и адронных инвариантов в УРП приобретает простой вид

$$\hat{s} = \frac{s}{x_1 x_2}, \quad \hat{t} = \frac{t}{x_1}, \quad \hat{u} = \frac{u}{x_2}, \quad \hat{t}_1 = \frac{t_1}{x_2}, \quad \hat{u}_1 = \frac{u_1}{x_1}. \quad (21)$$

Теперь все готово для перехода к реальным (применяющимся на эксперименте) переменным: инвариантной массе пары M (16) и быстроте пары y (П.27). С учетом соотношений $t_1 + u + s_1 + w_1 = 0$ и $t + u_1 + s_1 + w_2 = 0$ (они следуют из закона сохранения 4-импульса в реакции $2 \rightarrow 3$) получим

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1(w_1 + s_1)}{x_2(w_2 + s_1)}. \quad (22)$$

Из тождества $s - s_1 - w_1 - w_2 = 0$ в системе центра масс партонов (с. ц. м. п.) следует

$$\sqrt{s} = E_5 + \sqrt{E_5^2 + s_1}. \quad (23)$$

Решая в системе уравнения (22), (23), и с учетом $s = x_1 x_2 S$ получим

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{E_5 + \sqrt{E_5^2 + M^2}}{\sqrt{S}} \sqrt{\frac{w_2 + M^2}{w_1 + M^2}} e^y, \\ x_2 &= \frac{E_5 + \sqrt{E_5^2 + M^2}}{\sqrt{S}} \sqrt{\frac{w_1 + M^2}{w_2 + M^2}} e^{-y}. \end{aligned} \quad (24)$$

С учетом последних соотношений переход к переменным M и y выглядит так:

$$\begin{aligned} dx_1 dx_2 &= J_x dM dy, \\ J_x &= \frac{2M(E_5 + \sqrt{E_5^2 + M^2})}{S \sqrt{E_5^2 + M^2}}. \end{aligned} \quad (25)$$

Наконец, подставляя в (18) выражения (7), (12) и (25), получим финальное выражение для дифференциального сечения процесса (1), при условии его прохождения посредством γq -механизма:

$$\begin{aligned} d\sigma_{\gamma q}^{\text{ex}} &= \frac{\alpha^3 J_x}{\pi^2 s} \sum_q Q_q^2 f_q^A(x_1) f_q^B(x_2) \times \\ &\times [V_{q\ell}(q_1) S_V^{\gamma q} + A_{q\ell}(q_1) S_A^{\gamma q}] d\Phi_3 dM dy, \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} V_{qt}(q_1) &= \sum_{a,b=\gamma,Z} \lambda_{qV}^{ab} \lambda_{tV}^{ab} D_a(q_1) D_b^*(q_1), \\ A_{qt}(q_1) &= \sum_{a,b=\gamma,Z} \lambda_{qA}^{ab} \lambda_{tA}^{ab} D_a(q_1) D_b^*(q_1). \end{aligned} \quad (27)$$

Сечения для остальных случаев ($\gamma\bar{q}$ и обратной конфигурации $q\gamma$, $\bar{q}\gamma$) строятся аналогично.

6. ВЕДУЩЕЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Рассчитаем сечение процесса, используя так называемое ведущее (или лидирующее) логарифмическое приближение (leading logarithm approximation). Для начала положим 4-векторы p_1 и p_5 пропорциональными друг другу:

$$p_5 = (1 - \eta)p_1, \quad (28)$$

такой подход обеспечивает коллинеарность 3-векторов $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_5$, что описывает тот факт, что в реакции инверсное излучение происходит в направлении движения излучающей частицы (пропорциональны также и энергии; где можно, применяется УРП). Подставляя (28) в закон сохранения 4-импульса, получим:

$$\eta p_1 + p_2 = p_3 + p_4, \quad (29)$$

откуда следуют соотношения коллинеарной кинематики:

$$\eta s = s_1, \quad \eta t = t_1, \quad \eta u_1 = u. \quad (30)$$

Рассчитаем выражения S_V и S_A в условиях коллинеарной кинематики (28), которые ниже будем обозначать индексом “LL” (от “leading logarithm”). Про то, как возникает ведущий коллинеарный логарифм, будет рассказано ниже, см. выражение (38). Итак, после упрощений получим:

$$\begin{aligned} S_V^{\text{LL}} &= \frac{4}{w_1} \eta (\bar{\eta}^2 + \eta^2) (t^2 + u_1^2) + \frac{4}{s} (\eta \bar{\eta} (t - u_1)^2 + 2tu_1), \\ S_A^{\text{LL}} &= \frac{4}{w_1} \eta (\bar{\eta}^2 + \eta^2) (t^2 - u_1^2) + \frac{4}{s} \eta \bar{\eta} (t^2 - u_1^2). \end{aligned} \quad (31)$$

Используется обозначение $\bar{\eta} = 1 - \eta$; видно, что в первых слагаемых факторизовалась хорошо известная функция расщепления (splitting function) Альтарелли–Паризи:

$$P_{\gamma q}(\eta) = \bar{\eta}^2 + \eta^2. \quad (32)$$

Выразим в коллинеарной кинематике (28) через η все величины, входящие в S_{VA} и в фазовый

объем (где возможно, применяем УРП). Используя (23), получим в с. ц. м. п., где $\sqrt{s} = E_1 + E_2$, $E_1 = E_2$, следующие соотношения:

$$E_{1,2} = \frac{M}{2\sqrt{\eta}}, \quad E_5 = \frac{M(1 - \eta)}{2\sqrt{\eta}}. \quad (33)$$

Для расчета E_3 , E_4 и $\mathcal{F}$, которые нужны для расчета фазового объема (см. Приложение Б), предварительно получим коэффициенты $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ и $\mathcal{C}$ (П.14):

$$\mathcal{A} = E_5^2, \quad \mathcal{B} = E_5 \cos \theta_3, \quad \mathcal{C} = \frac{M(1 + \eta)}{2\sqrt{\eta}},$$

тогда

$$\begin{aligned} E_3 &= \frac{M\sqrt{\eta}}{1 + \eta + (1 - \eta) \cos \theta_3}, \\ E_4 &= \frac{M}{2\sqrt{\eta}} \frac{1 + \eta^2 + (1 - \eta^2) \cos \theta_3}{1 + \eta + (1 - \eta) \cos \theta_3}, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\mathcal{F} = \frac{(1 + \eta + (1 - \eta) \cos \theta_3)^2}{1 + \eta^2 + (1 - \eta^2) \cos \theta_3}. \quad (35)$$

Радиационные инварианты имеют следующие свойства: $w_1 \rightarrow 0$, $w_2 = (1 - \eta)s$, с учетом этого из (25) получаем

$$x_1 = \frac{M}{\sqrt{S}} \frac{e^y}{\eta}, \quad x_2 = \frac{M}{\sqrt{S}} e^{-y}, \quad J_x = \frac{4M}{S(1 + \eta)}. \quad (36)$$

Наконец, инварианты t, u в ведущем логарифмическом приближении выражаются через η так:

$$\begin{aligned} t &= -\frac{M^2(1 - \cos \theta_3)}{1 + \eta + (1 - \eta) \cos \theta_3}, \\ u &= -\frac{M^2(1 + \cos \theta_3)}{1 + \eta + (1 - \eta) \cos \theta_3}. \end{aligned} \quad (37)$$

Теперь, когда все инварианты, а также аргументы функций партонных распределений $x_{1,2}$ выражены только через η и $\cos \theta_3$ (при заданных M и y), для расчета полного сечения имеется возможность проинтегрировать по прочим переменным фазового объема, то есть по переменным φ_5 и $\cos \theta_5$. В силу простоты (31) требуется вычислить всего два интеграла:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 d(\cos \theta_5) \int_0^{2\pi} d\varphi_5 \frac{1}{w_1} &= \frac{\pi}{E_1 E_5} L(\eta), \\ \int_{-1}^1 d(\cos \theta_5) \int_0^{2\pi} d\varphi_5 &= 4\pi, \end{aligned}$$

где коллинеарный логарифм имеет следующий вид:

$$L(\eta) = \ln \frac{4E_5^2}{m_q^2} = \ln \frac{M^2(1 - \eta)^2}{\eta m_q^2}. \quad (38)$$

В итоге получившееся дифференциальное сечение процесса рождения дилептона в адронных столкновениях с инверсным излучением фотона посредством γq -механизма в лидирующем логарифмическом приближении имеет следующий интегральный вид:

$$d\sigma_{\gamma q}^{LL} = \frac{\alpha}{2\pi} \sum_q Q_q^2 \int_0^1 d\eta f_\gamma^A(x_1) f_q^B(x_2) dx_1 dx_2 \times \\ \times L(\eta) P_{\gamma q}(\eta) J_\eta d\sigma_{qq}^0(\eta), \quad (39)$$

где

$$J_\eta = \frac{2\eta(1+\eta)}{(1+\eta + (1-\eta)\cos\theta_3)^2}. \quad (40)$$

Получившееся выражение согласуется с формулой (5) работы [5]. Видно, что в итоговой формуле (39) факторизовалось дифференциальное партонное борновское сечение со “сдвинутыми” переменными [$t = t(\eta)$, $u_1 = u(\eta)/\eta$, см. формулы (37)]:

$$d\sigma_{qq}^0(\eta) = \frac{\pi\alpha^2}{s} [(t^2 + u_1^2)V_{q\ell} + \\ + (t^2 - u_1^2)A_{q\ell}] d(\cos\theta_3), \quad (41)$$

соответствующее сечению подпроцесса аннигиляции $\bar{q}q$ -пары в димюон $d\sigma_{\bar{q}q}^0 \equiv d\sigma_{\bar{q}q}^0(1)$ (см. Приложение В).

7. АСИММЕТРИЯ ВПЕРЕД-НАЗАД. ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ПОПРАВКИ

Опишем асимметрию вперед-назад A_{FB} , важную наблюдаемую величину для экспериментов по рождению дилептона в адронных столкновениях. Стандартным образом A_{FB} определяется как отношение разности сечений рассеяния дилептона в определенном диапазоне угла θ^* вперед σ_F ($\cos\theta^* > 0$) и назад σ_B ($\cos\theta^* < 0$) в системе Коллинза–Сопера (система покоя дилептона) к их сумме:

$$A_{FB} = \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B}. \quad (42)$$

Особенность A_{FB} в основном заключается в нестандартном выборе разбиения области интегрирования на области “вперед” и “назад” (рис. 3).

Точная формула для угла вылета пары в системе Коллинза–Сопера θ^* приведена в [6], в обозначениях настоящей работы она выглядит так:

$$\cos\theta^* = \text{sgn}[x_2(t + u_1) - x_1(t_1 + u)] \times \\ \times \frac{tt_1 - uu_1}{M\sqrt{s(u + t_1)(u_1 + t)}}. \quad (43)$$

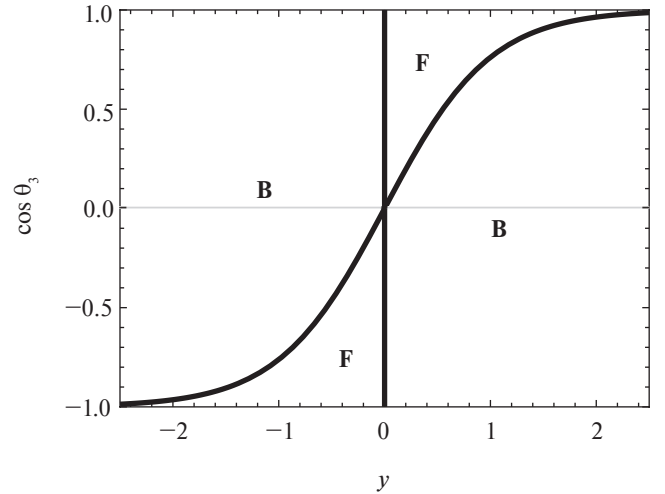


Рис. 3. Области интегрирования для сечений вперед σ_F и назад σ_B в переменных y и $\cos\theta_3$.

В Приложении Г даются выражение для $\cos\theta^*$ в системе центра масс адронов (с. ц. м. а.) и описание границ областей “вперед” и “назад”.

Пусть для описания процесса рождения дилептона рассматриваются борновский вклад (процесса Дрелла–Яна, обозначим его индексом 0) и несколько дополнительных (радиационных) вкладов, которые перечисляются индексом c . Тогда асимметрия вперед-назад после несложного преобразования выглядит так:

$$A_{FB}^c = \frac{\sigma_F^0 + \sum_c \sigma_F^c - \sigma_B^0 - \sum_c \sigma_B^c}{\sigma_F^0 + \sum_c \sigma_F^c + \sigma_B^0 + \sum_c \sigma_B^c} = \\ = A_{FB}^0 \frac{1 + \sum_c \frac{\delta_-^c}{\delta_+^c}}{1 + \sum_c \frac{\delta_-^c}{\delta_+^c}}, \quad (44)$$

где две относительные поправки имеют вид

$$\delta_\pm^c = \frac{\sigma_F^c \pm \sigma_B^c}{\sigma_F^0 \pm \sigma_B^0}. \quad (45)$$

Замечательным свойством относительных поправок (45) является их аддитивность: различные вклады в них арифметически складываются.

8. КВАРКОВАЯ МАССОВАЯ СИНГУЛЯРНОСТЬ

Чтобы устранить проблему зависимости физического результата от массы кварка (проблему кварковой массовой сингулярности, QS, quark singularity), будем использовать технику $\overline{MS}$ -вычитания из точно рассчитанного сечения (26) так называемого QS-слагаемого, которое имеет вид LL-выражения (39) с заменой логарифма $L(\eta)$

на $\ln \frac{Q^2}{m_q^2}$. Выпишем для полноты изложения точный вид QS-сечения в переменных M и y :

$$d\sigma_{\gamma q}^{\text{QS}} = \frac{\alpha}{2\pi} \sum_q Q_q^2 \ln \frac{M^2}{m_q^2} \int_0^1 d\eta f_q^A(x_1) f_q^B(x_2) \times \\ \times P_{\gamma q}(\eta) J_\eta d\sigma_{\bar{q}q}^0(\eta) J_x dM dy. \quad (46)$$

В результате физическое сечение исследуемого процесса приобретает вид разности (запишем ее для общего случая):

$$d\sigma_m^{\text{IGE}} = d\sigma_m^{\text{ex}} - d\sigma_m^{\text{QS}}, \quad (47)$$

которая не зависит от массы кварка. Продемонстрируем это для относительных поправок (45). Полные сечения σ_{FB}^c , из которых они формируются, получаются (численным) интегрированием, для которого будут использоваться стандартные интервалы эксперимента CMS LHC по M ($M_k \leq M \leq M_l$), где $M_{k,l} = \{0.106, 0.12, 0.15, 0.2, 0.22, 0.243, 0.273, 0.32, 0.38, 0.44, 0.51, 0.6, 0.7, 0.83, 1.0, 1.2, 1.5, 2.0, 3.0, 6.5\}$ (в ТэВ) соответствуют области высоких энергий; по прочим переменным — по полному фазовому объему Ω , соответствующему физически допустимой области детектора (она описывается фактором Θ и соответствует постановке “fiducial cuts”):

$$\sigma_m^c = \int_\Omega d\sigma_m^c \cdot \Theta. \quad (48)$$

В табл. 1 приведены относительные поправки для следующих вкладов: ex — расчет по формуле (26), LL — расчет в ведущем логарифмическом приближении, QS — результат после вычитания кварковой массовой сингулярности в зависимости от значений кварковой массы, которая выбирается по степенному закону: $m_q = 10^n m_u$, $n = (-3, -2, -1, 0)$; $m_u = 0.06983$ ГэВ (значение “токовой” массы u -кварка). По быстроте пары производится интегрирование во всем доступном для CMS интервале: $|y| < 2.5$.

Видно, что физический результат (после вычитания QS-слагаемого) не зависит от m_q , хорошо заметен тот факт, что следует выбирать значения $m_q \leq 0.1$ ГэВ (это объясняется тем, что в расчете последовательно используется УРП), тем не менее для слишком малых кварковых масс ($m_q \leq 10^{-4}$ ГэВ) для хорошего схождения нужно брать побольше итераций при расчете методом Монте-Карло (это особенно заметно в режиме высоких энергий).

9. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Ниже использовались электрослабые параметры SM и лептонные массы, которые соответствуют значениям из [7], и набор функций партонных распределений MRST [8] с естественным выбором $Q^2 = M^2$ (для расчета в области $M > 3$ ТэВ использовалось $Q \equiv \sqrt{Q^2} = 3$ ТэВ). Набор предписаний, соответствующий экспериментальной постановке CMS LHC [9], приведен в Приложении Г.

Проведем численный анализ и сравнение эффектов от инверсного глюонного излучения с эффектами от других радиационных вкладов, полученных в предыдущих работах. Во-первых, речь идет об однопетлевых электрослабых радиационных поправках (в механизме Дрелла–Яна) [1], индекс c принимает для них значение $c = \text{EW}$. Во-вторых, это однопетлевые КХД-поправки (также в механизме Дрелла–Яна, обусловленные прямым тормозным излучением глюонов в кварк-антикварковом канале и треугольной вершинной диаграммой с обменом виртуальным глюоном). Они рассчитаны, например, в работе [10] и обозначаются значением $c = \text{QCD}$. В-третьих, вклад от механизма фотон-фотонного слияния с точностью до однопетлевых электромагнитных [2] и электрослабых поправок [3] ($c = \gamma\gamma$). Все перечисленные вклады в асимметрию вперед-назад значительны и нетривиально ведут себя в зависимости от инвариантной массы димюона. Разобраться в том, какой вклад насколько сильно влияет на асимметрию A_{FB} , поможет предложенная методика использования двух относительных аддитивных поправок (45). Рисунок 4, на котором представлены относительные поправки δ_+^c (а) и δ_-^c (б), иллюстрирует масштаб и зависимость от M всех перечисленных вкладов.

Видны следующие особенности. Обе электрослабые поправки $\delta_\pm^{\text{EW}}$ отрицательны и возрастают по абсолютному значению с ростом M , КХД-поправки $\delta_\pm^{\text{QCD}}$, напротив, везде положительны, но тоже возрастают. Хорошо видно ставшее “классическим” значение для $\delta_+^{\text{QCD}} \sim 0.3$ (так называемый K -фактор) в области не очень больших M . Далее, для случая $\gamma\gamma$ важна только $\delta_+^{\gamma\gamma}$, вторая поправка практически незаметна. Для исследуемого в этой работе случая инверсного глюонного излучения получаем для обеих поправок отрицательные значения с небольшим убыванием по абсолютной величине в зависимости от M . Следует пояснить, этот вклад уже изучался автором в работе [11], но там был проделан упрощенный расчет только в лидирующем приближении, в отличие от точного расчета данной работы (тем не менее было получено неплохое согласие для

Таблица 1. Зависимость относительных поправок $\delta_{\pm}^c$ от кварковой массы в различных интервалах инвариантной массы димюона

n	$M_1/\text{ТэВ}$	$M_2/\text{ТэВ}$	δ_+^c			δ_-^c		
			δ_+^{ex}	δ_+^{LL}	δ_+^{IGE}	δ_-^{ex}	δ_-^{LL}	δ_-^{IGE}
-3	0.106	0.12	8.1392	8.0705	-0.3830	5.2572	5.1284	-0.2531
-2			6.7715	6.6947	-0.3767	4.3755	4.1996	-0.2482
-1			5.3939	5.3222	-0.3789	3.4799	3.3029	-0.2505
0			4.0195	3.9513	-0.3647	2.5901	2.4267	-0.2483
-3	0.51	0.60	4.1857	4.1018	-0.2445	3.7100	3.6327	-0.2555
-2			3.5441	3.4587	-0.2436	3.1304	3.0572	-0.2599
-1			2.9024	2.8169	-0.2425	2.5603	2.4839	-0.2545
0			2.2599	2.1735	-0.2409	1.9844	1.9086	-0.2544
-3	1.0	1.2	2.8126	2.7576	-0.2069	2.8290	2.7912	-0.2369
-2			2.3925	2.3378	-0.2071	2.3991	2.3642	-0.2405
-1			1.9728	1.9181	-0.2067	1.9697	1.9362	-0.2434
0			1.5531	1.4983	-0.2057	1.5458	1.5095	-0.2400
-3	3.0	6.5	1.2402	1.2198	-0.1448	1.5059	1.4999	-0.1846
-2			1.0598	1.0395	-0.1449	1.2849	1.2802	-0.1856
-1			0.8800	0.8593	-0.1446	1.0643	1.0603	-0.1863
0			0.6997	0.6791	-0.1446	0.8438	0.8401	-0.1868

поправки δ_+ , а асимметрия вперед-назад в [11] не рассматривалась).

Наконец, рис. 5а иллюстрирует масштаб и поведение в зависимости от M относительных поправок $\delta_{\pm}^c$ (всех рассмотренных) и их факториальную комбинацию $\frac{1 + \sum_c \delta_-^c}{1 + \sum_c \delta_+^c}$ [см. формулу (44)], которая оказывается стабильно меньше 1 и убывает с ростом M . Это означает то, что борновская асимметрия вперед-назад с учетом радиационных поправок существенно уменьшается, см. рис. 5б. Одним из важных вкладов в этот эффект является рассмотренное в этой работе инверсное глюонное излучение. Детальное прецизионное сравнение различных вкладов в сечения и асимметрию вперед-назад с результатами других коллабораций (обычно использующих разные подходы и методики расчета) представляет собой весьма актуальную задачу (см., например, [12], где произведено успешное сравнение с ведущими мировыми коллаборациями для относительных поправок к сечению от электрослабых вкладов) и стоит в наших ближайших планах.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор признателен А.Б. Арбузову, Ю.М. Быстрицкому и С.В. Шматову за обсуждение.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при поддержке Государственной программы научных исследований Республики Беларусь “Конвергенция-2025” (подпрограмма “Микромир и Вселенная”).

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ПРАВИЛА ФЕЙНМАНА

Приведем правила Фейнмана, которые использовались в этой работе, они соответствуют обзору [13].

1. Входящему фермиону с 4-импульсом p соответствует биспинорная амплитуда $u(p)$, выходящему соответствует биспинорная амплитуда $\bar{u}(p)$.
2. Входящему бозону с 4-импульсом p соответствует вектор поляризации $\epsilon_p(p)$.
3. Пропагатору бозона (в калибровке Фейнмана) соответствует выражение

$$-ig^{\alpha\beta}D_a(q), \quad (\text{П.1})$$

где q — 4-импульс передачи в пропагаторе,

$$D_a(q) = \frac{1}{q^2 - m_a^2 + im_a\Gamma_a}, \quad a = \gamma, Z. \quad (\text{П.2})$$

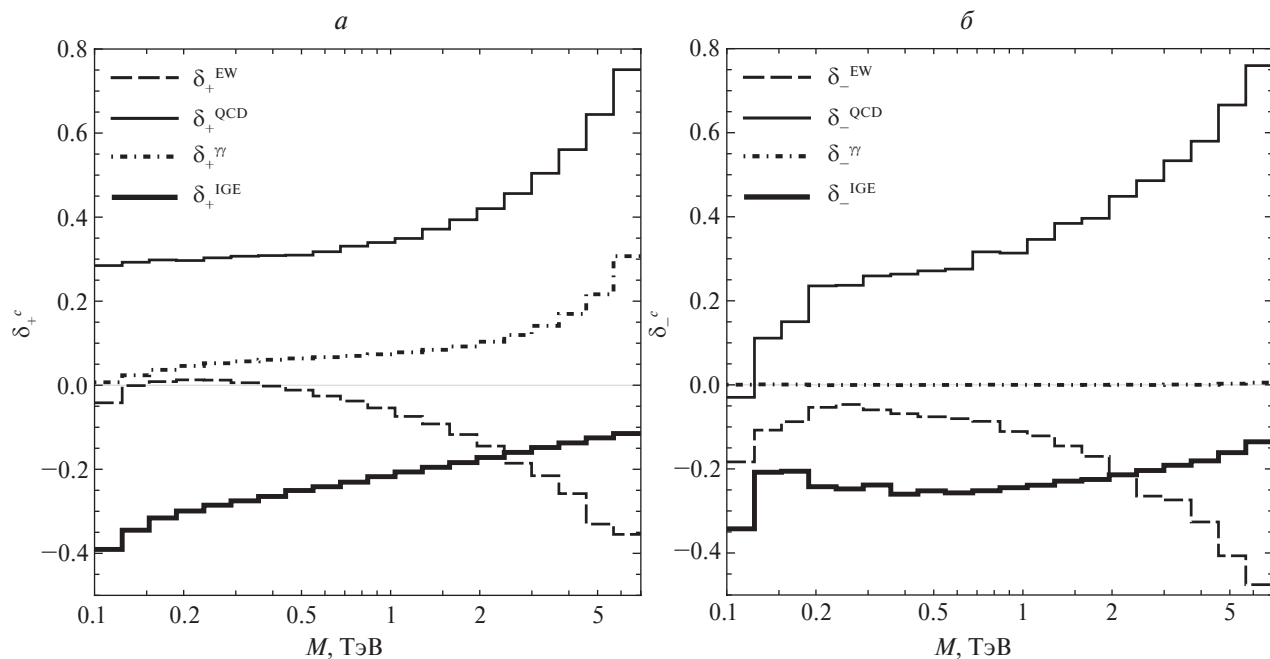


Рис. 4. Относительные поправки в зависимости от инвариантной массы пары M : a — поправка δ_+ , b — поправка δ_- .

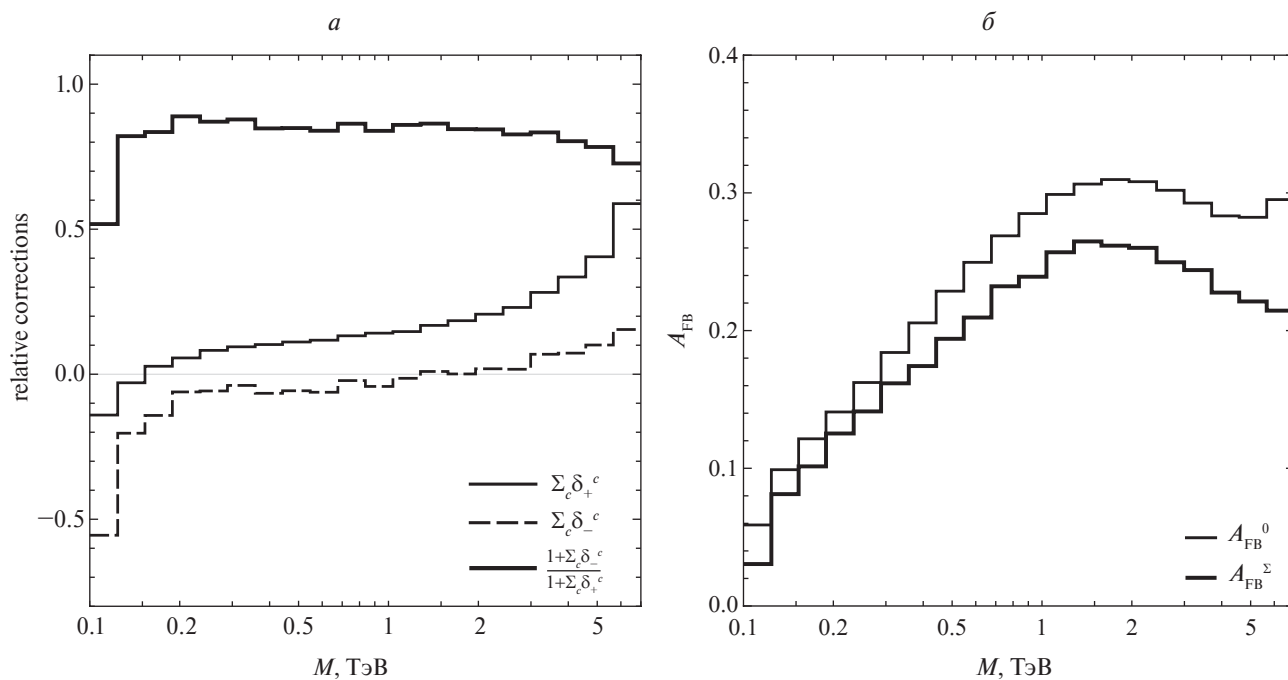


Рис. 5. a — относительные поправки $\delta_{\pm}$ и их комбинация в зависимости от инвариантной массы пары M , b — борновская асимметрия вперед-назад и A_{FB} с учетом радиационных поправок.

Фотонная масса равна нулю везде, масса Z -бозона обозначена как m_Z , его ширина как Γ_Z (используется схема с фиксированной шириной).

4. Фермионный пропагатор выглядит так (p – 4-импульс передачи в пропагаторе, также везде используется сокращенная запись $\hat{p} = \gamma^\mu p_\mu$):

$$iS(p) = i \frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2}. \quad (\text{П.3})$$

5. Вершине взаимодействия фермиона f с калибровочным бозоном a соответствует выражение

$$ie\gamma_\mu \Gamma_f^a, \text{ где } \Gamma_f^a = v_f^a - a_f^a \gamma_5. \quad (\text{П.4})$$

Векторные и аксиально-векторные константы связи фермиона f с фотоном и Z -бозоном:

$$\begin{aligned} v_f^\gamma &= -Q_f, \quad a_f^\gamma = 0, \\ v_f^Z &= \frac{I_f^3 - 2Q_f s_W^2}{2s_W c_W}, \quad a_f^Z = \frac{I_f^3}{2s_W c_W}. \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

Используются следующие параметры СМ: Q_f – электрический заряд f -частицы в единицах протонного заряда, третья компонента слабого изоспина (тут конкретизируем тип фермиона):

$$I_v^3 = +\frac{1}{2}, \quad I_e^3 = -\frac{1}{2}, \quad I_u^3 = +\frac{1}{2}, \quad I_d^3 = -\frac{1}{2}, \quad (\text{П.6})$$

а s_W (c_W) – синус (косинус) угла Вайнберга, которые связаны с массами Z - и W -бозона согласно правилам СМ:

$$c_W = \frac{m_W}{m_Z}, \quad s_W = \sqrt{1 - c_W^2}. \quad (\text{П.7})$$

Приведенные параметры СМ связаны (на борновском уровне) константой Ферми G_F следующим образом:

$$\pi\alpha = \sqrt{2}G_F s_W^2 m_W^2, \quad (\text{П.8})$$

где $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ – постоянная тонкой структуры.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

ФАЗОВЫЙ ОБЪЕМ ПРОЦЕССА $2 \rightarrow 3$

В случае процесса $2 \rightarrow 3$ дифференциальное сечение записывается так:

$$d\sigma_{2 \rightarrow 3} = \frac{1}{2^6 \pi^5 s} \sum_{\text{pol}} |\mathcal{M}|^2 d\Phi_3, \quad (\text{П.9})$$

где фазовый объем реакции имеет вид

$$d\Phi_3 = \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - p_5) \times \frac{d^3 \mathbf{p}_3}{2E_3} \frac{d^3 \mathbf{p}_4}{2E_4} \frac{d^3 \mathbf{p}_5}{2E_5}. \quad (\text{П.10})$$

Конфигурация 3-векторов конечных частиц в с. ц. м. п. иллюстрируется рис. 6.

В с. ц. м. начальных частиц получим (после вычисления интегралов с помощью дельта-функции по $\mathbf{p}_4$, а также тривиального интегрирования по φ_3 , обусловленного симметрией системы относительно этого поворота) следующее выражение для фазового объема:

$$d\Phi_3 = \frac{\pi |\mathbf{p}_3| |\mathbf{p}_5|}{4E_4 \mathcal{F}} d(\cos \theta_3) dE_5 d(\cos \theta_5) d\varphi_5, \quad (\text{П.11})$$

где

$$\mathcal{F} = 1 + E_3 (1 + \mathcal{B}/|\mathbf{p}_3|) (\mathcal{A} + E_3^2 + 2\mathcal{B}|\mathbf{p}_3|)^{-\frac{1}{2}}, \quad (\text{П.12})$$

а выражение для энергии E_3 вычисляется с помощью следующей формулы (в этом Приложении для общности обозначим массы частиц как m_i , где i соответствует индексу 4-импульса соответствующей частицы):

$$E_3 = \frac{1}{2(\mathcal{B}^2 - C^2)} \left(C(\mathcal{A} - C^2) + \mathcal{B} \sqrt{(\mathcal{A} - C^2)^2 + 4m_3^2(\mathcal{B}^2 - C^2)} \right), \quad (\text{П.13})$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= m_4^2 - m_3^2 + |\mathbf{p}_5|^2, \\ \mathcal{B} &= |\mathbf{p}_5| \cos \theta_{35}, \quad C = E_1 + E_2 - E_5. \end{aligned} \quad (\text{П.14})$$

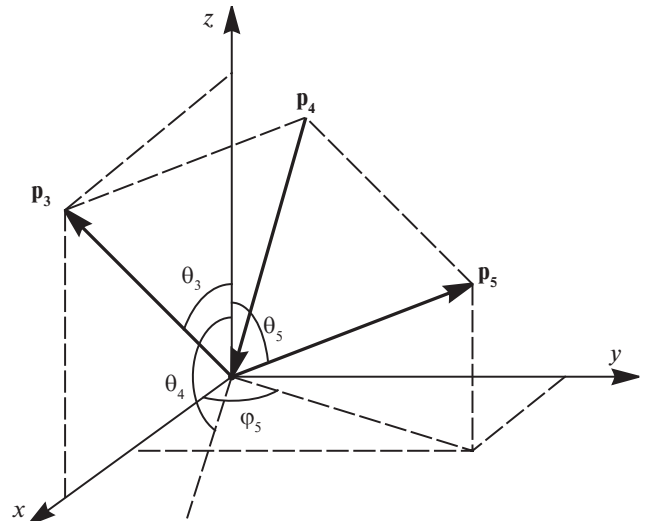


Рис. 6. Конфигурация 3-импульсов при интегрировании по фазовому пространству тормозного фотона в с. ц. м. п.

Выше введен θ_{35} — угол между $\mathbf{p}_3$ и $\mathbf{p}_5$, он связан с углами рассеянных частиц хорошо известным соотношением

$$\cos \theta_{35} = \cos \theta_3 \cos \theta_5 + \sin \theta_3 \sin \theta_5 \cos \varphi_5.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

СЕЧЕНИЕ ПРОЦЕССА $2 \rightarrow 2$

Сконструированная по вышеприведенным правилам Фейнмана амплитуда M процесса позволяет сформировать дифференциальное сечение. В случае процесса $2 \rightarrow 2$ дифференциальное сечение записывается с помощью формулы

$$d\sigma_{2 \rightarrow 2} = \frac{1}{8\pi^2 s} \sum_{\text{pol}} |M|^2 d\Phi_2, \quad (\text{П.15})$$

где фазовый объем реакции имеет вид

$$d\Phi_2 = \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{d^3 \mathbf{p}_3}{2E_3} \frac{d^3 \mathbf{p}_4}{2E_4}. \quad (\text{П.16})$$

После упрощений (снимаем с помощью δ -функции интегралы, переходим в сферическую систему координат, учитываем симметрию системы относительно азимутального поворота на угол φ_3) получим в с. ц. м. п. (где θ_3 — угол между $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_3$)

$$d\Phi_2 = \frac{\pi |\mathbf{p}_3|}{4E_4} d(\cos \theta_3). \quad (\text{П.17})$$

В качестве примера выпишем точные выражения для сечений аннигиляции кварка и антикварка в димюон в прямой и обратной конфигурации:

$$\begin{aligned} q(p_1) + \bar{q}(p_2) &\rightarrow \ell^-(p_3) + \ell^+(p_4), \\ \bar{q}(p_1) + q(p_2) &\rightarrow \ell^-(p_3) + \ell^+(p_4). \end{aligned} \quad (\text{П.18})$$

Используя правила Фейнмана из Приложения А, выпишем амплитуду процессов (П.18) с промежуточным бозоном a по диаграммам рис. 7:

$$\begin{aligned} M_{q\bar{q}}^a &= ie^2 D_a(q) \cdot \bar{u}(-p_2) \gamma_\alpha \Gamma_q^a u(p_1) \times \\ &\quad \times \bar{u}(p_3) \gamma^\alpha \Gamma_\ell^a u(-p_4), \end{aligned} \quad (\text{П.19})$$

где 4-импульс передачи $q = p_1 + p_2 = p_3 + p_4$. Амплитуда $M_{q\bar{q}}^a$ находится с помощью замены $p_1 \leftrightarrow p_2$. После квадрирования получим

$$\begin{aligned} \sum_{\text{pol}} M_{q\bar{q}}^a M_{q\bar{q}}^{b\dagger} &= \frac{1}{4} e^4 D_a(q) D_b(q)^* \text{Sp} [\gamma_\alpha \hat{p}_1 G_q^{ab} \gamma_\beta \hat{p}_2] \times \\ &\quad \times \text{Sp} [\gamma^\alpha \hat{p}_4 G_\ell^{ab} \gamma^\beta \hat{p}_3] = 2 e^4 D_a(q) D_b(q)^* \times \\ &\quad \times [\lambda_{qV}^{ab} \lambda_{\ell V}^{ab} (u^2 + t^2) + \lambda_{qA}^{ab} \lambda_{\ell A}^{ab} (u^2 - t^2)], \end{aligned} \quad (\text{П.20})$$

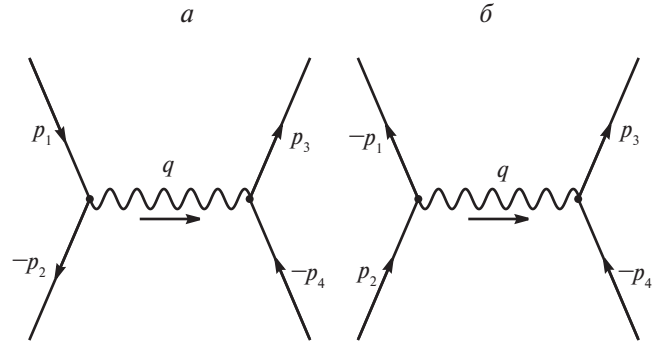


Рис. 7. Фейнмановские диаграммы процесса $q\bar{q} \rightarrow \ell^-\ell^+$ и $\bar{q}q \rightarrow \ell^-\ell^+$ в борновском приближении.

для расчета квадрата амплитуды обратной конфигурации нужно произвести замену $u \leftrightarrow t$. Применяем (П.15) и (П.17), тогда после упрощений борновские дифференциальные сечения процессов (П.18) получим в виде

$$d\sigma_c^0 = \frac{1}{2^5 \pi s} \sum_{a,b} \sum_{\text{pol}} M_c^a M_c^{b\dagger} d(\cos \theta_3), \quad (\text{П.21})$$

где индекс c обозначает тип конфигурации: $c = q\bar{q}, \bar{q}q$.

Для построения дифференциального сечения процесса Дрелла—Яна используется конволюция (см. объяснения выше):

$$\begin{aligned} d\sigma_{DY}^0 &= \frac{1}{3} \sum_q \left[f_q^A(x_1) f_{\bar{q}}^B(x_2) d\sigma_{q\bar{q}}^0 + \right. \\ &\quad \left. + f_{\bar{q}}^A(x_1) f_q^B(x_2) d\sigma_{\bar{q}q}^0 \right] dx_1 dx_2. \end{aligned} \quad (\text{П.22})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

СИСТЕМА ЦЕНТРА МАСС АДРОНОВ

Для того чтобы вывести выражения для энергий, углов и т. п. в с. ц. м. а., поступим так: сначала вычисляем подходящую комбинацию инвариантов в системе центра масс партонов (обозначаем ее как “с. ц. м. п.”), затем делаем переход в нужную систему, в данном случае в с. ц. м. а., с помощью замен (20). Везде в этом разделе применяется УРП. Итак, в с. ц. м. п.

$$\begin{aligned} t + u &= -2(p_1 + p_2)p_3 = -4E_1 E_3 = -2\sqrt{s} E_3, \\ t_1 + u_1 &= -2(p_1 + p_2)p_4 = -4E_1 E_4 = -2\sqrt{s} E_4. \end{aligned}$$

Отсюда получим выражения для энергий конечных частиц:

$$\begin{aligned} E_3 &= -\frac{t + u}{2\sqrt{s}}, \quad E_4 = -\frac{t_1 + u_1}{2\sqrt{s}} \quad (\text{в с. ц. м. п.}), \\ E_3 &= -\frac{\hat{t} + \hat{u}}{2\sqrt{\hat{s}}}, \quad E_4 = -\frac{\hat{t}_1 + \hat{u}_1}{2\sqrt{\hat{s}}} \quad (\text{в с. ц. м. а.}). \end{aligned} \quad (\text{П.23})$$

Теперь вычислим нужные углы (обозначения приведены на рис. 6). В с. ц. м. п. имеют место уравнения

$$\begin{aligned} t &= -2p_1p_3 = -2E_1E_3(1 - \cos \theta_3) = \\ &= (t + u)(1 - \cos \theta_3)/2, \\ u_1 &= -2p_1p_4 = -2E_1E_4(1 - \cos \theta_4) = \\ &= (t_1 + u_1)(1 - \cos \theta_4)/2, \end{aligned}$$

решая которые, получим углы

$$\begin{aligned} \cos \theta_3 &= \frac{u - t}{u + t}, \quad \cos \theta_4 = \frac{t_1 - u_1}{t_1 + u_1} \quad (\text{в с. ц. м. п.}), \\ \cos \theta_3 &= \frac{\hat{u} - \hat{t}}{\hat{u} + \hat{t}}, \quad \cos \theta_4 = \frac{\hat{t}_1 - \hat{u}_1}{\hat{t}_1 + \hat{u}_1} \quad (\text{в с. ц. м. а.}). \end{aligned} \quad (\text{П.24})$$

Теперь нетрудно получить поперечные и продольные компоненты 3-импульсов в с. ц. м. а.:

$$\begin{aligned} p_{3T} &= E_3 \sin \theta_3 = \sqrt{\hat{t}\hat{u}/\hat{s}}, \quad p_{4T} = E_4 \sin \theta_4 = \sqrt{\hat{t}_1\hat{u}_1/\hat{s}}, \\ p_{3z} &= E_3 \cos \theta_3 = \frac{\hat{t} - \hat{u}}{2\sqrt{\hat{s}}}, \\ p_{4z} &= E_4 \cos \theta_4 = \frac{\hat{u}_1 - \hat{t}_1}{2\sqrt{\hat{s}}}. \end{aligned} \quad (\text{П.25})$$

Для вычисления *быстроты* пары (pair rapidity) в с. ц. м. а. нужны выражения для суммарной энергии пары $E = E_3 + E_4$ и продольной компоненты 3-импульса пары:

$$\begin{aligned} p_z &= E_3 \cos \theta_3 + E_4 \cos \theta_4 = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\hat{s}}}(\hat{t} - \hat{u} - \hat{t}_1 + \hat{u}_1). \end{aligned} \quad (\text{П.26})$$

С учетом вычисленных выше выражений получим для быстроты пары

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} = \frac{1}{2} \ln \frac{\hat{t}_1 + \hat{u}}{\hat{t} + \hat{u}_1}. \quad (\text{П.27})$$

Зная p_z , нетрудно найти p_T — поперечную составляющую 3-импульса пары:

$$\begin{aligned} p_T^2 &= |\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4|^2 - p_z^2 = \\ &= (\hat{t} + \hat{u}_1)(\hat{t}_1 + \hat{u})/\hat{s} - M^2. \end{aligned} \quad (\text{П.28})$$

Наконец, рассчитаем величины, нужные для $A_{\text{ФВ}}$ — асимметрии вперед-назад. Ключевая формула для угла вылета пары в системе Коллинза—Сопера (покоя дилептона) имеет вид

$$\begin{aligned} \cos \theta^* &= \frac{2 \operatorname{sgn}[p_z]}{M \sqrt{M^2 + p_T^2}} \times \\ &\times [p^+(l^-)p^-(l^+) - p^-(l^-)p^+(l^+)], \end{aligned} \quad (\text{П.29})$$

где

$$\begin{aligned} p^\pm(l^-) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(E_3 \pm p_{3z}), \\ p^\pm(l^+) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(E_4 \pm p_{4z}). \end{aligned} \quad (\text{П.30})$$

После подстановки и упрощения получим в с. ц. м. а.

$$\begin{aligned} \cos \theta^* &= \left(2E_3E_4(\cos \theta_3 - \cos \theta_4) \operatorname{sgn}[y] \right) / \left[M \times \right. \\ &\times \left(E_3^2 \sin^2 \theta_3 + E_4^2 \sin^2 \theta_4 + \right. \\ &\left. \left. + 2E_3E_4(1 - \cos \theta_3 \cos \theta_4) \right)^{1/2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{П.31})$$

При выводе последнего выражения использовалось полезное свойство: $\operatorname{th} y = p_z/E$. Видно, что граница между областями (см. рис. 3):

- $\cos \theta^* > 0$ (область “вперед”, обозначается “F” от “forward”),
- $\cos \theta^* < 0$ (область “назад”, обозначается “B” от “backward”)

описывается уравнениями $y = 0$ и $\cos \theta_3 - \cos \theta_4 = 0$. Заметим, что последнее уравнение ($\cos \theta_3 = \cos \theta_4$) эквивалентно соотношению $\cos \theta_3 = \operatorname{th} y$.

Для численных оценок адронных наблюдаемых принимается набор предписаний, соответствующий экспериментальной постановке CMS LHC [9]:

1. реакция (1) с неполяризованными протонами суммарной энергии $\sqrt{S} = 14$ ТэВ (с. ц. м. протонов, Run3/HL LHC) и конечными состояниями $\mu^- \mu^+$ и $e^- e^+$;
2. стандартные ограничения детектора CMS на косинус угла вылета детектируемого лептона l^- : $-\zeta^* \leq \cos \theta \leq \zeta^*$ или на его быстроту: $|y(l)| \leq y(l)^*$ [связь между этими переменными стандартная: $y(l) = -\ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}$, $\cos \theta = \operatorname{th} y(l)$], для детектора CMS ζ^* и $y(l)^*$ принимают значения: $y(l)^* = 2.5$, $\zeta^* \approx 0.986614$; для l^+ используются такие же ограничения;
3. стандартное ограничение детектора CMS на поперечные компоненты 3-импульсов: $p_T(l^\pm) \geq 20$ ГэВ;
4. “чистая” схема (“bare” setup) требований идентификации лептонов: без “размазывания” (smearing) и учета условий рекомбинации детектируемого лептона и радиационного фотона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В. А. Зыкунов, ЯФ **84**, 348 (2021) [Phys. At. Nucl. **84**, 492 (2021)].
2. В. А. Зыкунов, ЯФ **85**, 366 (2022) [Phys. At. Nucl. **85**, 500 (2022)].
3. В. А. Зыкунов, ЯФ **86**, 42 (2023) [Phys. At. Nucl. **86**, 9 (2023)].
4. J. Kuipers, T. Ueda, J. A. M. Vermaseren, and J. Vollinga, Comput. Phys. Commun. **184**, 1453 (2013) [arXiv: 1203.6543 [cs.SC]].
5. A. B. Arbuzov and R. R. Sadykov, JETP **106**, 488 (2008) [arXiv: 0707.0423 [hep-ph]].
6. John C. Collins and Davison E. Soper, Phys. Rev. D **16**, 2219 (1977).
7. Particle Data Group (P. A. Zyla *et al.*), Prog. Theor. Exp. Phys. **2020**, 083C01 (2020).
8. A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling, and R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **39**, 155 (2005) [hep-ph/0411040].
9. CMS Collab. (G. L. Bayatian *et al.*), J. Phys. G **34**, 995 (2007).
10. В. А. Зыкунов, ЯФ **73**, 1269 (2010) [Phys. At. Nucl. **73**, 1229 (2010)].
11. В. А. Зыкунов, ЯФ **74**, 72 (2011) [Phys. At. Nucl. **74**, 72 (2011)].
12. Е. В. Дыдышко, В. Л. Ермольчик, В. А. Зыкунов, Х. Г. Суарес, С. В. Шматов, ЭЧАЯ **49**, 1267 (2018).
13. M. Böhm, H. Spiesberger, and W. Hollik, Fortschr. Phys. **34**, 687 (1986).

INFLUENCE OF INVERSE GLUON EMISSION ON FORWARD–BACKWARD ASYMMETRY IN DILEPTON PRODUCTION PROCESS AT LHC

© 2025 V. A. Zykunov^{1),2)}

¹⁾Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

²⁾Francisk Skorina Gomel State University, Belarus

Inverse gluon emission in the dilepton production process in hadron collisions for Large Hadron Collider (LHC) experimental program aimed is estimated in details. Numerical analysis of inverse emission effects on observable quantities (cross sections and, in more details, forward–backward asymmetry) is performed in a wide kinematical region including the CMS LHC experiment in Run3/HL regime which corresponds to ultra-high energies and dilepton invariant masses. Effective technics for analysis of the influence of different radiative contributions on forward–backward asymmetry using two additive relative corrections is suggested.