

# ЭВОЛЮЦИЯ НЕЙТРОННОЙ ОБОЛОЧЕЧНОЙ СТРУКТУРЫ ИЗОТОНОВ С $N = 14, 16$

© 2025 г. О. В. Беспалова<sup>1),\*</sup>, А. А. Климочкина<sup>1),2)</sup>, М. М. Мосунов<sup>1),2)</sup>

Поступила в редакцию 23.09.2024 г.; после доработки 07.11.2024 г.; принята к публикации 07.11.2024 г.

Прослежена эволюция одночастичных характеристик нейтронно- и протонно-избыточных изотопов с новыми магическими числами  $N = 14, 16$  в диапазоне  $Z$  от 8 до 20 в дисперсионной оптической модели. Расчетные энергетические щели  $N = 14$  и  $16$  увеличиваются с ростом соответственно протонного и нейтронного избытка. Одновременно с этим уменьшается отклонение полусуммы одночастичных энергий последнего преимущественно занятого и первого преимущественно свободного состояний от энергии Ферми. Увеличение щелей усиливается в предположении роста диффузности хартри-фоковской составляющей дисперсионного оптического потенциала с увеличением нейтронного избытка в рассмотренном диапазоне чисел  $Z$ . В распределении нейтронной плотности протонно-нестабильного ядра  $^{34}\text{Ca}$  отчетливо прослеживается пузырьковая структура.

**Ключевые слова:** нейтронно-избыточные изотопы, протонно-избыточные изотопы, дисперсионная оптическая модель, нейтронная плотность

DOI: 10.31857/S0044002725010164, EDN: GQXLZT

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В 2024 г. исполнилось 75 лет со дня опубликования работ [1, 2], заложивших основы успеха оболочечной модели ядра, широко применяемой в физике атомного ядра. Изначально было ясно, что потенциалы оболочечной и появившейся позже оптической моделей связаны друг с другом. Но лишь в конце прошлого века была развита дисперсионная оптическая модель (ДОМ) [3], обеспечившая практическую возможность их рассмотрения в едином подходе. Для этого потребовалось накопление данных в широком диапазоне энергий об энергетических зависимостях мнимой части  $W_l(E)$  потенциала традиционной оптической модели, описывающей выбывание налетающего нуклона из упругого канала при  $E > 0$ , и фрагментационную ширину одночастичного связанного состояния нуклона при  $E < 0$ . Такое накопление позволило аппроксимировать мнимую часть дисперсионного оптического потенциала (ДОП) функциональной зависимостью в области энергии от  $-\infty$  до  $+\infty$  и вычислить дисперсионный интеграл аналитически. Получаемая при этом дисперсионная составляющая действительной части ДОП учи-

тывает связь одночастичного движения с более сложными конфигурациями, а ее поверхностную и объемную компоненты связывают с влиянием дальнедействующих и короткодействующих корреляций.

ДОМ позволяет физически обоснованно предсказать одночастичную структуру ядер, удаленных от долины  $\beta$ -стабильности [4]. Одной из особенностей таких ядер является изменчивость магических чисел. Так, при приближении к границе нейтронной стабильности вместо магического числа  $N = 20$  появляется число  $N = 16$ . Дважды магическая природа нейтронно-избыточного ядра  $^{24}\text{O}$  с  $N = 16$  была подтверждена экспериментально [5, 6]. В [7] приведены доводы в пользу дважды магичности протонно-избыточного ядра  $^{36}\text{Ca}$  с  $N = 16$ . Экспериментально полученные изотопы Ca в настоящее время простираются от нейтронно-избыточного ядра  $^{60}\text{Ca}$  [8] до последнего протонно-связанного ядра  $^{35}\text{Ca}$  [7]. Экспериментальное значение разности энергий отделения нейтрона  $\Delta S_n(N) = S_n(N) - S_n(N + 1)$  для  $^{36}\text{Ca}$  составило 4.61(11) МэВ [7] и сопоставимо с  $\Delta S_n(N) \approx 4.8$  МэВ для дважды магического нейтронно-избыточного ядра  $^{24}\text{O}$ . Эти данные совместно с увеличенным по сравнению с  $^{38}\text{Ca}$  значением энергии  $E(2_1^+)$  возбуждения первого состояния  $2_1^+$  в  $^{36}\text{Ca}$  [9], близкими значениями вероятности перехода  $B(E2, 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  у  $^{36}\text{Ca}$  [10] и дважды магических стабильных изотопов  $^{40,48}\text{Ca}$ , а также малым значением его зарядового радиуса

<sup>1)</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына, Москва, Россия.

<sup>2)</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия.

\* E-mail: besp@sinp.msu.ru

$r_{ch}$  [11] можно рассматривать как свидетельства в пользу дважды магической природы  $^{36}\text{Ca}$ . В то же время при анализе экспериментальных данных по вероятности перехода  $B(E2, 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  в  $^{36}\text{Ca}$  и его зарядовому радиусу  $r_{ch}$  установлено, что замыкание оболочки  $Z = 20$  в этом ядре неполное, и необходимо корректно учитывать заполнение протонами состояний  $pf$  [10, 11]. Эти результаты указывают на ослабление магического числа  $Z = 20$  при приближении к границе протонной стабильности.

В настоящей работе выполнены расчеты, предсказывающие в рамках ДОМ одночастичные характеристики нейтронно- и протонно-избыточных изотопов с  $N = 14, 16$  в области  $Z$  от 8 до 20, т.е. от ядра  $^{24}\text{O}$  на границе нейтронной стабильности до протонно-нестабильного ядра  $^{34}\text{Ca}$ . Рассмотрено влияние изменения диффузности ДОП на проявление в их одночастичных характеристиках магических свойств чисел нейтронов  $N = 14, 16$ .

## 2. ОСНОВЫ ДИСПЕРСИОННОЙ ОПТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

ДОМ [3] опирается на дисперсионное соотношение, связывающее действительную и мнимую части ее потенциала:

$$V(r, r'; E) = V(r, r') + \frac{1}{\pi} P \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{W(r, r'; E')}{E' - E} dE' \right\}, \quad (1)$$

где  $P$  обозначает главное значение, а второй член суммы представляет собой дисперсионную составляющую действительной части ДОП. После перехода от нелокального потенциала к локально эквивалентному действительная центральная часть нейтронного потенциала  $V(r, E)$  представляется в виде суммы плавно зависящей от энергии составляющей  $V_{HF}(r, E)$  хартри-фоковского (ХФ) типа и дисперсионной составляющей  $\Delta V(r, E)$ , которая резко зависит от энергии вблизи  $E_F$ :

$$\begin{aligned} V(r, E) &= V_{HF}(r, E) + \Delta V(r, E) = \\ &= V_{HF}(E)f(r, r_{HF}, a_{HF}) + \Delta V_s(E)f(r, r_s, a_s) - \\ &\quad - 4a_d \Delta V_d(E) \frac{d}{dr} f(r, r_d, a_d), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $f(r, r_i, a_i)$  — функция Вудса—Саксона. Индексы HF,  $s$ ,  $d$  относятся соответственно к хартри-фоковской, объемной и поверхностной составляющим ДОП. Дисперсионная компонента эффективно учитывает корреляции, которые испытывает нуклон в ядре, как распределенные

по объему, так и сконцентрированные на поверхности, и приводит к уменьшению частично-дырочной энергетической щели  $G$  между последним преимущественно занятым состоянием с энергией  $E^-$  и первым преимущественно свободным состоянием нуклона в ядре с энергией  $E^+$ . В настоящей работе мнимая часть ДОП предполагалась симметричной относительно энергии  $E_F$  и была параметризована при  $E > E_F$  следующими выражениями для объемной  $W_s$  и поверхностной  $W_d$  частей:

$$\begin{aligned} W_s(E) &= \begin{cases} 0, & E_F \leq E \leq E_p \\ w_1 \frac{(E-E_p)^2}{(E-E_p)^2 + (w_2)^2}, & E \geq E_p \end{cases}, \\ W_d(E) &= \begin{cases} 0, & E_F \leq E \leq E_p \\ d_1 \frac{(E-E_p)^2 \exp[-d_2(E-E_p)]}{(E-E_p)^2 + (d_3)^2}, & E \geq E_p \end{cases}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $w_1, w_2, d_1, d_2, d_3$  — параметры. Энергия  $E_p$ , определяющая интервал вблизи энергии  $E_F$ , в котором мнимая часть ДОП равна 0, находилась аналогично [12]. Дисперсионный интеграл вычислялся аналитически [13]. Энергия Ферми  $E_F$  определялась по данным об энергиях отделения  $S_n$  нейтрона от ядра с  $(N, Z)$  и  $(N+1, Z)$ :

$$E_F = -\frac{1}{2}(S_n(N, Z) + S_n(N+1, Z)). \quad (4)$$

Энергетическая зависимость ХФ составляющей определялась выражением

$$V_{HF}(E) = V_{HF}(E_F) \exp \left[ \frac{-\gamma(E - E_F)}{V_{HF}(E_F)} \right]. \quad (5)$$

Параметр  $V_{HF}(E_F)$  находился из условия согласия суммарного числа нейтронов  $N_n = \sum (2j+1)N_{nlj}$  в состояниях с квантовыми числами  $nlj$  с числом  $N$  ядра. Для этого вероятность заполнения  $N_{nlj}$  одночастичных орбит определена по формуле модели Бардина—Купера—Шриффера (БКШ):

$$N_{nlj} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{E_{nlj} - E_F}{\sqrt{(E_{nlj} - E_F)^2 + \Delta^2}} \right) \quad (6)$$

с эмпирическим значением параметра щели спаривания  $\Delta$ :

$$\Delta = -\frac{1}{4} \{ S_n(N+1, Z) - 2S_n(N, Z) + S_n(N-1, Z) \}. \quad (7)$$

Соотношение (6) позволяет в рассматриваемом диапазоне энергий получить корректное значение числа нуклонов в ядре в отличие от приближенных формул ДОМ для  $N_{nlj}$  [3]. Параметр  $\gamma$  в (5)

был зафиксирован равным 0.39. Погрешность в его определении несущественно влияет на одночастичные характеристики состояний вблизи энергии  $E_F$ .

Энергии  $E_{nlj}$ , использованные в (6), вычислялись при решении уравнения Шредингера с действительной частью нейтронного ДОП  $V(r, E_{nlj})$ :

$$\left[ -\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 + \hat{U}(r, E_{nlj}) \right] \Phi_{nlj}(\mathbf{r}) = E_{nlj} \Phi_{nlj}(\mathbf{r}), \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{U}(r, E_{nlj}) &= V(r, E_{nlj}) + \hat{U}_{so}(r, E_{nlj}), \\ \Phi_{nlj}(\mathbf{r}) &= \frac{u_{nlj}(r)}{r} Y_{lm}(\Omega). \end{aligned} \quad (9)$$

В соответствии с [3] радиальная часть  $u_{nlj}(r)$  полной волновой функции  $\Phi_{nlj}(\mathbf{r})$  была скорректирована с целью учета эффекта нелокальности:

$$\bar{u}_{nlj}(r) = C_{nlj} \sqrt{\frac{m_{HF}^*(r, E)}{m}} u_{nlj}(r), \quad (10)$$

где отношение  $X_F$  эффективной массы нуклона  $m_{HF}^*$  к массе  $m$  свободного нуклона определяется выражением:

$$\frac{m_{HF}^*(r, E)}{m} = 1 - \frac{d}{dE} V_{HF}(r, E). \quad (11)$$

Коэффициент  $C_{nlj}$  находился при нормировке  $\bar{u}_{nlj}(r)$  на единицу. Среднеквадратичные радиусы  $r_{rms}$  нейтронных состояний вычислялись согласно соотношению:

$$r_{rms} = \sqrt{\int_0^\infty \bar{u}_{nlj}^2(r) r^2 dr}. \quad (12)$$

Нейтронная плотность ядра вычислялась в одночастичном подходе, аналогично [14]:

$$\rho_n(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \sum_{nlj} (2j+1) N_{nlj} \bar{u}_{nlj}^2(r). \quad (13)$$

### 3. ПАРАМЕТРЫ ДИСПЕРСИОННОГО ОПТИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Первоначальный расчет нейтронных одночастичных характеристик изотонов с  $N = 14, 16$  был выполнен со средними параметрами мнимой и спин-орбитальной частей ДОП, экстраполированными в соответствии с параметрами KD (KDUQ) [15, 16] глобального оптического потенциала (ОП). При этом геометрические параметры  $a_{HF}$  и  $r_{HF}$  составляющей были приравнены к соответствующим параметрам  $a_V$  и  $r_V$  систематики KD (KDUQ).

В наших расчетах параметр  $a_{HF}$  для нестабильных ядер подвергся корректировке в соответствии с представлением о росте протяженности поверхностного слоя ядер с увеличением избытка нейтронов. Выполнение условия  $N_n = N$  достигалось изменением параметра  $r_{HF}$  в пределах 1% по сравнению с параметрами KD (KDUQ).

При корректировке параметр  $a_{HF}$  для нестабильных ядер предполагался зависящим от относительной нейтрон-протонной асимметрии  $I = (N - Z)/A$  и определялся в соответствии с зависимостью массовой модели WS4 [17]:

$$a_{HF} = a_0(1 + 2\epsilon\delta), \quad (14)$$

где  $\epsilon = (I - I_0)^2 - I^4$ ,  $I_0 = 0.4A/(A + 200)$ , при этом  $\delta = 1$  для нейтронов и ядер с  $I > I_0$  и  $\delta = 0$  для ядер с  $I < I_0$ .

В настоящей работе в качестве  $a_0$  для нейтронно-избыточных изотонов с  $N = 14$  и  $16$  было выбрано значение  $a_V^{KDUQ} = 0.690$  Фм из систематики KDUQ [16]. Значение  $\delta = 1$  для нейтронно-избыточных ядер с  $I > I_0$  соответствует большей диффузности для нейтронов в таких ядрах, чем для протонов. Значение  $\delta = 0$  для протонно-избыточных ядер с  $I < I_0$  предполагает, что диффузность нейтронного потенциала близка к диффузности стабильных ядер. Мы также использовали в расчетах значения параметра  $\delta = -1$  и  $1$  для ядер с  $I < I_0$ , что соответствует меньшим и большим значениям диффузности  $a_{HF}$  для протонно-избыточных изотонов по сравнению со стабильными. Полученные значения параметра диффузности  $a_{HF}$  приведены в табл. 1 и 2 соответственно для  $N = 14$  и  $16$ .

### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА И ОБСУЖДЕНИЕ

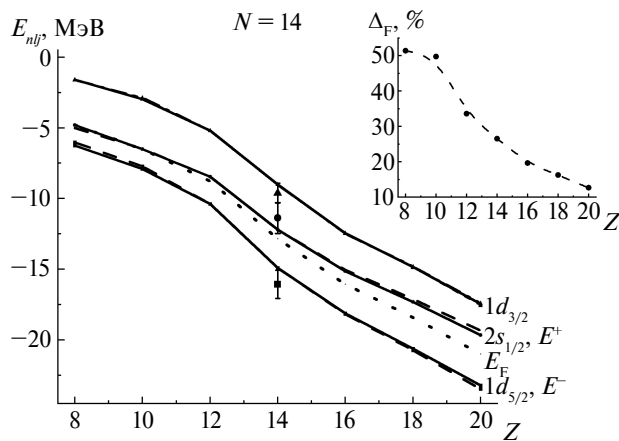
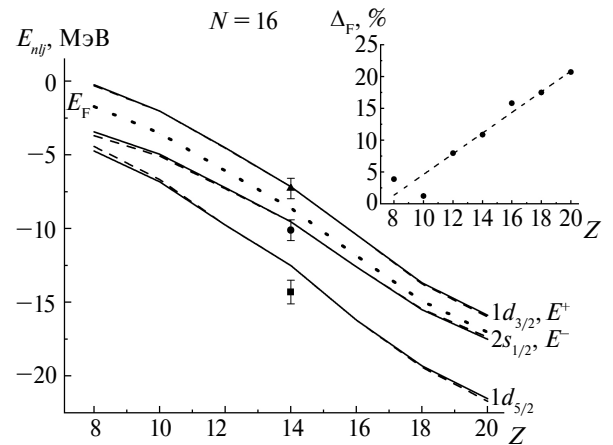
Для магических ядер характерна существенная щель  $G$  между энергиями  $E^-$  и  $E^+$ , а вероятность заполнения  $N_{nlj}$  состояний с этими энергиями близка соответственно к 1 и 0. На рис. 1 и 2 представлены одночастичные энергии  $E_{nlj}$ , вычисленные для изотонов соответственно с  $N = 14$  и  $16$  по ДОП с параметрами KDUQ. Согласно расчету, щель  $G$  увеличивается при  $N = 16$  с ростом числа  $N$ , в то время как при  $N = 14$  — с ростом числа  $Z$  (рис. 3), что соответствует нарастанию магичности при приближении к нейтронно-избыточному ядру  $^{24}\text{O}$  с  $N = 16$  и протонно-нестабильному ядру  $^{34}\text{Ca}$  с  $N = 14$ . Экспериментальные данные [5, 6] свидетельствуют о магических свойствах ядра  $^{24}\text{O}$  с  $N = 16$  на границе нейтронной стабильности. Увеличение  $G$  с ростом  $Z$  при  $N = 14$  согласуется с существенным уменьшением щели, полученным в эксперименте при переходе от

**Таблица 1.** Значения диффузности  $a_{\text{HF}}$  нейтронного ДОП изотонов с  $N = 14$  ( $\delta = 1$  (14) для ядер с  $I > I_0$ )

Ядро	$\delta = 0$ для $I < I_0$	$\delta = -1$ для $I < I_0$	$\delta = 1$ для $I < I_0$
$^{22}\text{O}$	0.757	0.757	0.757
$^{24}\text{Ne}$	0.710	0.710	0.710
$^{26}\text{Mg}$	0.690	0.690	0.690
$^{28}\text{Si}$	0.690	0.690	0.690
$^{30}\text{S}$	0.690	0.6708	0.710
$^{32}\text{Ar}$	0.690	0.6460	0.735
$^{34}\text{Ca}$	0.690	0.6160	0.765

**Таблица 2.** Значения диффузности  $a_{\text{HF}}$  нейтронного ДОП изотонов с  $N = 16$  ( $\delta = 1$  (14) для ядер с  $I > I_0$ ,  $a_{\text{HF}}^{\text{KDUQ}} = 0.690$  Фм)

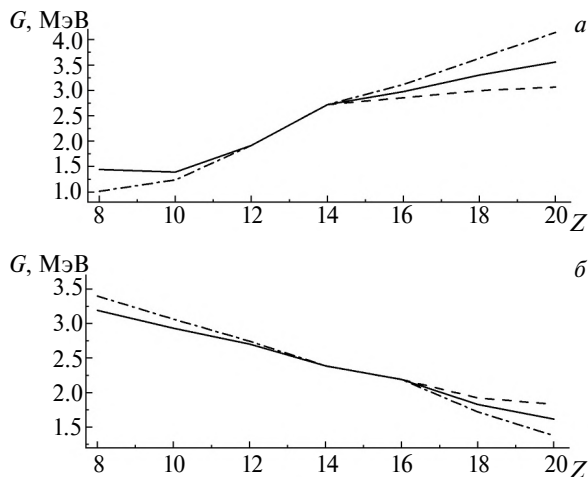
Ядро	$\delta = 0$ для $I < I_0$	$\delta = -1$ для $I < I_0$	$\delta = 1$ для $I < I_0$
$^{24}\text{O}$	0.789	0.789	0.789
$^{26}\text{Ne}$	0.733	0.733	0.733
$^{28}\text{Mg}$	0.702	0.702	0.702
$^{30}\text{Si}$	0.690	0.690	0.690
$^{32}\text{S}$	0.690	0.690	0.690
$^{34}\text{Ar}$	0.690	0.6716	0.709
$^{36}\text{Ca}$	0.690	0.6500	0.731

**Рис. 1.** Одночастичные энергии вблизи энергии  $E_F$  изотонов с  $N = 14$ . Кривые: сплошные – расчет с  $a_{\text{HF}} = a_V^{\text{KDUQ}}$ , штриховые – с  $a_{\text{HF}}$  при  $\delta = 1$  для  $I > I_0$ ,  $\delta = -1$  для  $I < I_0$  (14).**Рис. 2.** Одночастичные энергии вблизи энергии  $E_F$  изотонов с  $N = 16$ . Обозначения кривых те же, что и на рис. 1.

$Z = 8$  к  $Z = 7$  [18]. Такое уменьшение позволило в этой работе спрогнозировать полное исчезновение щели  $N = 14$ , сопровождающееся инверсией уровней  $2s_{1/2}$  и  $1d_{3/2}$ , в изотоне с  $Z = 6$ . Вычисленная в настоящей работе эволюция щелей  $N = 14$ , 16 согласуется также с результатами расчетов [19], выполненных по оболочечной модели с феноменологическим потенциалом.

Для традиционных магических ядер кроме увеличенной щели  $G$  характерна близость, во-первых, энергий отделения  $-S_{n,p}(A)$  и  $-S_{n,p}(A + 1)$

(с противоположным знаком) к энергиям  $E^-$  и  $E^+$  и, во-вторых, полусуммы  $E^-$  и  $E^+$  к энергии Ферми  $E_F$  [20]. В расчетах по ДОМ для новых магических ядер второй характерный признак магичности реализуется чаще, чем первый. На врезке к рис. 1 показано отклонение  $\Delta_F = |\langle E_{1d_{5/2}}, E_{2s_{1/2}} \rangle - E_F|$  от энергии  $E_F$  для  $N = 14$ , в процентах по отношению к размеру щели  $G$  между  $E^- = E_{1d_{5/2}}$  и  $E^+ = E_{2s_{1/2}}$ . Видно, что в изотонах с  $N = 14$  это отклонение уменьшается с увеличением избытка протонов (при приближе-

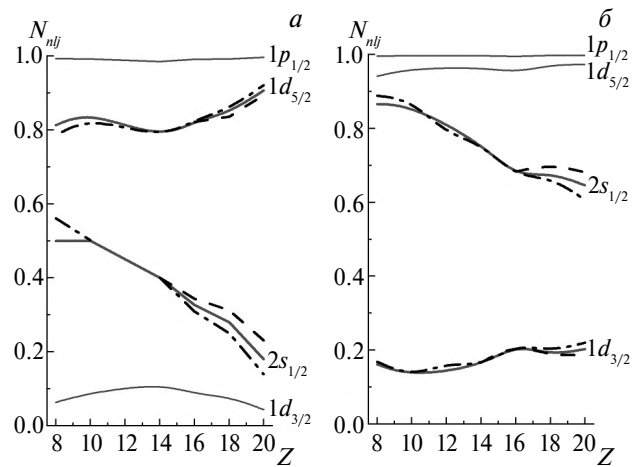


**Рис. 3.** Энергетическая щель  $G$  между состояниями с энергиями  $E^+$  и  $E^-$  в изотонах с  $N = 14$  (a) и  $N = 16$  (б).

нии к ядру  $^{34}\text{Ca}$ ) одновременно с ростом щели  $G$ . На врезке к рис. 2 показано аналогичное отклонение  $\Delta_F = | \langle E_{1d_{3/2}}, E_{2s_{1/2}} \rangle - E_F |$  для  $N = 16$ , в процентах по отношению к размеру щели  $G$  между  $E^- = E_{2s_{1/2}}$  и  $E^+ = E_{1d_{3/2}}$ . В изотонах с  $N = 16$  это отклонение уменьшается с увеличением избытка нейтронов (при приближении к ядру  $^{24}\text{O}$ ) одновременно с ростом щели  $G$ . Таким образом, минимальное значение отклонения  $\Delta_F$  от  $E_F$  может служить маркером магичности как для традиционных, так и для новых магических ядер.

В [7] отмечена близость разности энергий отделения  $\Delta S_n$  для  $^{24}\text{O}$  и  $^{36}\text{Ca}$ . Как известно, с энергией отделения нейтрона  $-S_n$  от ядер с  $(N, Z)$  и  $(N + 1, Z)$  можно сопоставить среднюю энергию валентных (дырочных и частичных) состояний в  $^{36}\text{Ca}$ . Увеличение разности  $\Delta S_n$  может говорить как о магических свойствах ядра, так и о включении большего количества состояний в число валентных. Последнее характерно для ядер, отличных от магических. Согласно нашим расчетам, щель  $G$  для  $^{36}\text{Ca}$  с  $N = 16$  существенно меньше разности энергий отделения нейтрона  $S_n$  от  $^{36}\text{Ca}$  и  $^{37}\text{Ca}$ . Расчеты [7] в рамках современной оболочечной модели также привели к заниженному на 840 кэВ значению щели  $G$  по сравнению с  $\Delta S_n(N)$ . Необходимо отметить, что в наших расчетах не учтен вклад от тензорного взаимодействия. Его влияние при добавлении протонов в состояния  $1d_{3/2}$ , начиная от  $^{32}\text{S}$  и кончая до  $^{36}\text{Ca}$ , работает в сторону увеличения щели  $N = 16$  в  $^{36}\text{Ca}$ .

Рассмотрим эволюцию вероятностей заполнения  $N_{nlj}$  нейтронных состояний вблизи энергии Ферми, показанную на рис. 4. С изменением



**Рис. 4.** Вероятности заполнения  $N_{nlj}$  (б) состояний вблизи энергии  $E_F$  изотонов с  $N = 14$  (a) и  $N = 16$  (б). Кривые: сплошные – расчет с  $a_{HF} = a_V^{KDUQ}$ , штриховые – с  $a_{HF}$  при  $\delta = 1$  для  $I > I_0$ ,  $\delta = -1$  для  $I < I_0$  (14), штрихпунктирные – с  $a_{HF}$  при  $\delta = 1$  для  $I < I_0$  (14).

ем  $Z$  наиболее динамично меняется  $N_{nlj}$  состояний  $2s_{1/2}$ , что приводит к увеличению разности  $\Delta N_{nlj} = N_{nlj}^- - N_{nlj}^+$  между вероятностями заполнения состояний с  $E^-$  и  $E^+$  при увеличении  $Z$  для  $N = 14$  и при уменьшении  $Z$  для  $N = 16$ . Эта разность, вычисленная с параметрами KD (KDUQ), достигает значения  $\approx 0.7$  в  $^{34}\text{Ca}$  и  $^{24}\text{O}$ , в то время как в  $^{22}\text{O}$  и  $^{36}\text{Ca}$  она не превышает 0.4.

Увеличение диффузности  $a_{HF}$  (14) с ростом избытка нейтронов для нейтронно-избыточных ядер по сравнению с предсказаниями KD (KDUQ) привело к расширению щели  $G$  для  $N = 16$  и увеличению разности  $\Delta N_{nlj} = N_{nlj}^- - N_{nlj}^+$  (см. рис. 3, 4), т.е. большей выраженности магических свойств ядра  $^{24}\text{O}$ .

Нами выполнены расчеты щели  $G$  для протонно-избыточных изотонов с диффузностью  $a_{HF}$ , не зависящей от нейтрон-протонной асимметрии ( $\delta = 0$  для ядер с  $I < I_0$ , аналогично WS4) и увеличивающейся с ростом  $I$  ( $\delta = -1$  для ядер с  $I < I_0$ ). В пользу последней зависимости свидетельствует заметное уменьшение среднеквадратичных радиусов  $r_{rms}$  нейтронных состояний  $E^+$  и  $E^-$  при переходе от нейтронно-избыточных к протонно-избыточным изотонам. Показано, что вычисленный с параметрами KDUQ радиус состояния  $2s_{1/2}$   $r_{rms} = 3.6$  Фм у  $^{36}\text{Ca}$  меньше, чем  $r_{rms} = 4.6$  Фм у  $^{24}\text{O}$  на 1 Фм. В стабильных изотонах  $^{30}\text{Si}$  и  $^{32}\text{S}$  с  $N = 16$  этот радиус составляет около 4.0 Фм. Аналогично радиус  $r_{rms}$  состояния  $1d_{3/2}$  уменьшился примерно от 5.2 Фм в  $^{24}\text{O}$  до 3.6 Фм в  $^{36}\text{Ca}$ , составив 3.8 Фм в стабильных изотонах. Это соответствует более компактной форме распределения нейтронов

в протонно-избыточных изотонах не только по сравнению с нейтронно-избыточными, но и со стабильными ядрами. На рис. 5 показано распределение плотности нейтронов в изотонах Ca, Si и O с  $N = 14$  и  $N = 16$ , вычисленное с параметрами KDUQ глобального ОП. Согласно нашему расчету, нейтронно-избыточные ядра  $^{22,24}\text{O}$  имеют протяженную нейтронную периферию, в то время как плотность на поверхности протонно-избыточных ядер  $^{34,36}\text{Ca}$  спадает быстрее не только в сравнении с ядрами  $^{22,24}\text{O}$ , но и со стабильными ядрами  $^{28,30}\text{Si}$ .

Расчет энергетической щели  $G$ , выполненный нами для случая  $\delta = -1$  при  $I < I_0$ , привел для протонно-избыточных изотонов к еще большему расширению этой щели для ядер с  $N = 14$  и увеличению разности  $\Delta N_{nlj} = N_{nlj}^- - N_{nlj}^+$  (см. рис. 3, 4), т.е. большей выраженности магических свойств  $^{34}\text{Ca}$ .

Низкая заселенность состояния  $2s_{1/2}$  выше энергии  $E_F$  в ядре  $^{34}\text{Ca}$  с  $N = 14$  приводит к истощению нейтронной плотности в центре ядра — так называемой пузырьковой (bubble) структуре, аналогичной для протонной плотности его зеркального ядра  $^{34}\text{Si}$  [21]. Такая структура в  $^{34}\text{Ca}$  существенно более выражена по сравнению как с нейтронно-избыточными, так и стабильными изотонами с  $N = 14$ , так как в наших расчетах вероятность заполнения  $N_{nlj}$  состояния  $2s_{1/2}$  уменьшается по мере увеличения протонного избытка (см. рис. 4). На рис. 6 представлено распределение нейтронной плотности изотонов O, Si и Ca с  $N = 14$ . Расчет с диффузностью  $a_{\text{HF}}$ , соответствующей варианту  $\delta = -1$  при  $I < I_0$ , привел для  $^{34}\text{Ca}$  к увеличению степени выраженности истощения центральной нейтронной плотности этого ядра. Выраженное истощение

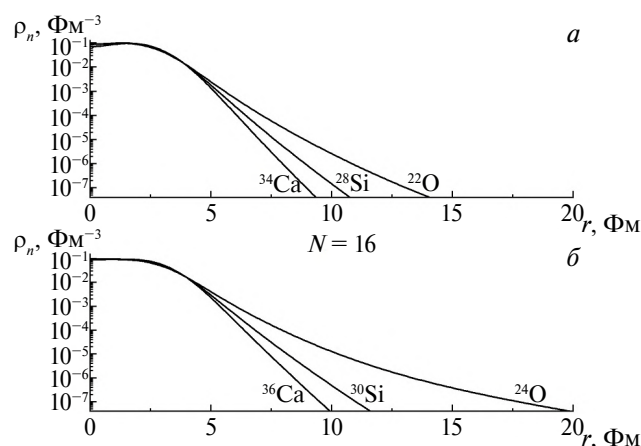


Рис. 5. Нейтронные плотности изотонов с  $N = 14$  (a) и 16 (б), вычисленные с  $a_{\text{HF}} = a_V^{\text{KDUQ}}$ .

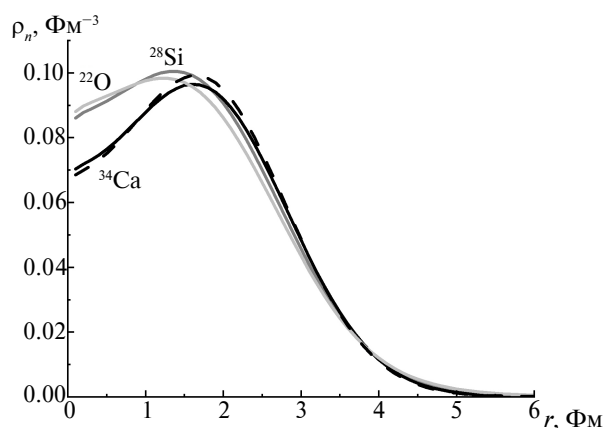


Рис. 6. Нейтронные плотности изотонов  $^{34}\text{Ca}$ ,  $^{28}\text{Si}$  и  $^{22}\text{O}$  с  $N = 14$ . Кривые: сплошные — расчет с  $a_{\text{HF}} = a_V^{\text{KDUQ}}$ , штриховая — с  $a_{\text{HF}}$  при  $\delta = -1$  (14).

центральной нейтронной плотности в  $^{34}\text{Ca}$  было получено также в релятивистской модели Хартри—Фока—Боголюбова [22].

Также нами был выполнен расчет энергетической щели  $G$  ядер с  $N = 14, 16$  для  $\delta = 1$  при  $I < I_0$ . Этот вариант в протонно-избыточных ядрах соответствует увеличению диффузности  $a_{\text{HF}}$  для дефицитных нейтронов, вытягиваемых избыточными протонами к поверхности ядра. Зеркальный эффект следования протонов, находящихся в дефиците в  $^{52}\text{Ca}$ , за избыточными нейтронами был предложен в [23] для объяснения “неожиданно” большого зарядового радиуса этого ядра. В выполненном нами расчете расширение щели  $G$  для  $N = 14$  и сужение — для  $N = 16$  в протонно-избыточных изотонах с  $I < I_0$  оказалось менее выражено, чем в случаях  $\delta = 0, -1$  (см. рис. 3). Однако и в случае  $\delta = 1$  щель  $G$  в ядре  $^{36}\text{Ca}$  по-прежнему меньше, чем в ядре  $^{24}\text{O}$ .

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнен расчет эволюции нейтронных одночастичных характеристик изотонов с  $N = 14, 16$  в ядрах с  $Z$  от 8 до 20 в дисперсионной оптической модели. Вычисленная энергетическая щель  $G$  для изотонов  $N = 16$  растет с увеличением нейтронного избытка, а щель  $N = 14$  — протонного избытка. Эти щели достигают значений около 4 МэВ в нейтронно-избыточном ядре  $^{24}\text{O}$  на границе нейтронной стабильности и протонно-нестабильном ядре  $^{34}\text{Ca}$ , поддерживая представление об их дважды магичности. Расчетная щель  $G$  в  $^{36}\text{Ca}$  с  $N = 16$  (кандидате в дважды магическое ядро) оказалась более чем на 2.5 МэВ меньше экспериментальной разности  $\Delta S_n = 4.61(11)$  МэВ [7]. Это различие может быть

уменьшено за счет учета тензорного взаимодействия.

Рассмотрена зависимость параметра диффузности  $a_{\text{HF}}$  хартри-фоковской составляющей дисперсионного оптического потенциала от нейтрон-протонной асимметрии  $I$ . Показано, что щели  $N = 14$  и  $N = 16$  соответственно в протонно-избыточных и нейтронно-избыточных ядрах увеличиваются в предположении роста диффузности  $a_{\text{HF}}$  с увеличением  $I$ .

Установлено, что нейтронная плотность ядра  $^{34}\text{Ca}$  характеризуется истощением в центре ядра (пузырьковая структура). За счет уменьшения заселенности нейтронного состояния  $2s_{1/2}$  по мере увеличения протонного избытка истощение нейтронной плотности в  $^{34}\text{Ca}$  более выражено по сравнению как с нейтронно-избыточными, так и стабильными изотопами с  $N = 14$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. Goeppert-Mayer, Phys. Rev. **75**, 1969 (1949); doi: 10.1103/PhysRev.75.1969
2. O. Haxel, J. H. D. Jensen, and H. E. Suess, Phys. Rev. **75**, 1766 (1949); doi: 10.1103/PhysRev.75.1766.2
3. C. Mahaux and R. Sartor, Adv. Nucl. Phys. **20**, 1 (1991); doi: 10.1007/978-1-4613-9910-0\_1
4. О. В. Беспалова, Е. А. Романовский, Т. И. Спаская, ЯФ **78**, 123 (2015) [Phys. At. Nucl. **78**, 118 (2015)]; doi: 10.7868/S0044002714120046
5. C. R. Hoffman, T. Baumann, D. Bazin, J. Brown, G. Christian, P. A. DeYoung, J. E. Finck, N. Frank, J. Hinnefeld, R. Howes, P. Mears, E. Mosby, S. Mosby, J. Reith, B. Rizzo, W. F. Rogers, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **100**, 152502 (2008); doi: 10.1103/PhysRevLett.100.152502
6. C. R. Hoffman, T. Baumann, D. Bazin, J. Brown, G. Christian, D. H. Denby, P. A. DeYoung, J. E. Finck, N. Frank, J. Hinnefeld, S. Mosby, W. A. Peters, W. F. Rogers, A. Schiller, A. Spyrou, M. J. Scott, *et al.*, Phys. Lett. B **672**, 17 (2009); doi: 10.1016/j.physletb.2008.12.066
7. L. Lalanne, O. Sorlin, A. Poves, M. Assié, F. Hammache, S. Koyama, D. Suzuki, F. Flavigny, V. Girard-Alcindor, A. Lemasson, A. Matta, T. Roger, D. Beaumel, Y. Blumenfeld, B. A. Brown, F. De Oliveira Santos, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **131**, 092501 (2023); doi: 10.1103/PhysRevLett.131.092501
8. О. В. Тарасов, Д. С. Ахн, Д. Базин, Н. Фукуда, А. Гадэ, М. Хаусманн, Н. Инэбе, С. Ишикава, Н. Иваса, К. Кавата, Т. Коматсубара, Т. Кубо, К. Кусака, Д. Дж. Морриссей, М. Охtake, Х. Оцу, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **121**, 022501 (2018); doi: 10.1103/PhysRevLett.121.022501
9. L. Lalanne, O. Sorlin, A. Poves, M. Assié, F. Hammache, S. Koyama, D. Suzuki, F. Flavigny, V. Girard-Alcindor, A. Lemasson, A. Matta, T. Roger, D. Beaumel, Y. Blumenfeld, B. A. Brown, F. De Oliveira Santos, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **129**, 122501 (2022); doi: 10.1103/PhysRevLett.129.122501
10. N. Dronchi, D. Weisshaar, B. A. Brown, A. Gade, R. J. Charity, L. G. Sobotka, K. W. Brown, W. Reviol, D. Bazin, P. J. Farris, A. M. Hill, J. Li, B. Longfellow, D. Rhodes, S. N. Paneru, S. A. Gillespie, *et al.*, Phys. Rev. C **107**, 034306 (2023); doi: 10.1103/PhysRevC.107.034306
11. A. J. Miller, K. Minamisono, A. Klose, D. Garand, C. Kujawa, J. D. Lantis, Y. Liu, B. Maaß, P. F. Mantica, W. Nazarewicz, W. Nörtershäuser, S. V. Pineda, P.-G. Reinhard, D. M. Rossi, F. Sommer, C. Sumithrarachchi, *et al.*, Nat. Phys. **15**, 432 (2019); doi: 10.1038/s41567-019-0416-9
12. J. M. Mueller, R. J. Charity, R. Shane, L. G. Sobotka, S. J. Waldecker, W. H. Dickhoff, A. S. Crowell, J. H. Esterline, B. Fallin, C. R. Howell, C. Westerfeldt, M. Youngs, B. J. Crowe III, and R. S. Pedroni, Phys. Rev. C **83**, 064605 (2011); doi: 10.1103/PhysRevC.83.064605
13. J. M. VanderKam, G. J. Weisel, and W. Tornow, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **26**, 1787 (2000); doi: 10.1088/0954-3899/26/12/303
14. M. Jaminon and C. Mahaux, Nucl. Phys. A **440**, 228 (1985); doi: 10.1016/0375-9474(85)90339-2
15. A. J. Koning and J. P. Delaroche, Nucl. Phys. A **713**, 231 (2003); doi: 10.1016/S0375-9474(02)01321-0
16. C. D. Pruitt, J. E. Escher, and R. Rahman, Phys. Rev. C **107**, 014602 (2023); doi: 10.1103/PhysRevC.107.014602
17. N. Wang, M. Liu, X. Wu, and J. Meng, Phys. Lett. B **734**, 215 (2014); doi: 10.1016/j.physletb.2014.05.049
18. M. J. Strongman, A. Spyrou, C. R. Hoffman, T. Baumann, D. Bazin, J. Brown, P. A. DeYoung, J. E. Finck, N. Frank, S. Mosby, W. F. Rogers, G. F. Peaslee, W. A. Peters, A. Schiller, S. L. Tabor, and M. Thoennessen, Phys. Rev. C **80**, 021302(R) (2009); doi: 10.1103/PhysRevC.80.021302
19. Wei-Qiang Ma and Yi-Bin Qian, Chin. Phys. C **46**, 014106 (2022); doi: 10.1088/1674-1137/ac3072
20. О. В. Беспалова, А. А. Климошкина, ЯФ **87**, 100 (2024) [Phys. At. Nucl. **87**, 105 (2024)]; doi: 10.31857/S0044002724020065
21. О. В. Беспалова, Н. А. Федоров, А. А. Климошкина, М. Л. Маркова, Т. И. Спасская, and Т. Ю. Третьякова, Eur. Phys. J. A **54**, 2 (2018); doi: 10.1140/epja/i2018-12449-x
22. J. J. Li, W. H. Long, J. L. Song, and Q. Zhao, Phys. Rev. C **93**, 054312 (2016); doi: 10.1103/PhysRevC.93.054312
23. J. Bonnard, S. M. Lenzi, and A. P. Zuker, Phys. Rev. Lett. **116**, 212501 (2016); doi: 10.1103/PhysRevLett.116.212501



## EVOLUTION OF NEUTRON SHELL STRUCTURE OF $N = 14, 16$ ISOTONES

© 2025 O. V. Bespalova<sup>1)</sup>, A. A. Klimochkina<sup>1),2)</sup>, M. M. Mosunov<sup>1),2)</sup>

<sup>1)</sup> *Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Moscow, Russia*

<sup>2)</sup> *Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Moscow, Russia*

The evolution of the single-particle characteristics of neutron and proton-excess isotones with the new magic numbers  $N = 14, 16$  in the  $Z$  range from 8 to 20 in the dispersive optical model was traced. The calculated energy gaps  $N = 14$  and 16 widened with the increase in excess of protons and neutrons respectively. At the same time, the deviation of half-sum of the single-particle energies of the last predominantly occupied and the first predominantly unoccupied states from the Fermi energy decreased. The widening of the gaps enhanced under the assumption of an increase in the diffuseness of the Hartree–Fock component of the dispersive optical model potential with an increase in the neutron excess over the range of  $Z$  numbers considered. The bubble structure manifests clearly in the neutron density distribution of the proton-unstable nucleus  $^{34}\text{Ca}$ .